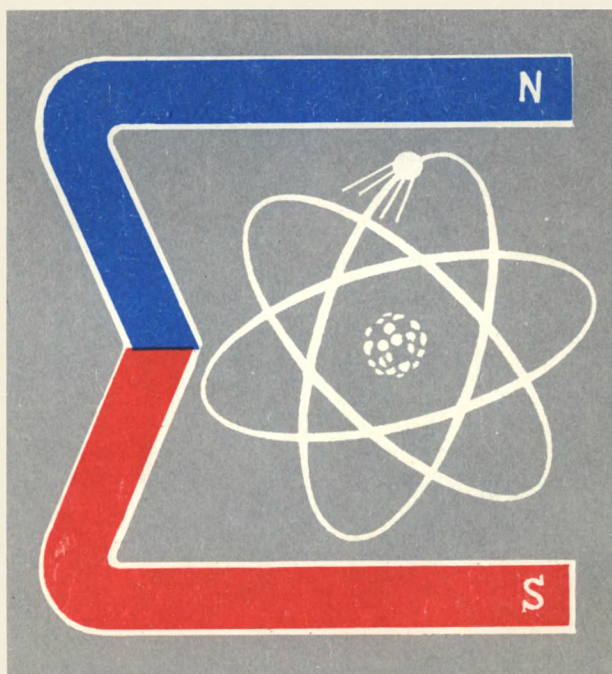




БИБЛИОТЕЧКА • КВАНТ •  
выпуск 9

# ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ УЧЕНЫЕ





**БИБЛИОТЕЧКА • КВАНТ •**  
**ВЫПУСК 9**

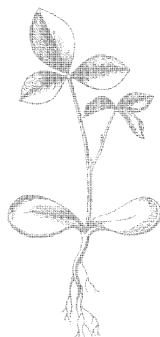
---

# **ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ УЧЕНЫЕ**

Под редакцией С. П. КАПИЦЫ



МОСКВА «НАУКА»  
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ  
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ  
1980



Scan AAW

20г  
3-26  
УДК 501 (09)

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Академик **И. К. Кикоин** (председатель), академик **А. Н. Колмогоров** (заместитель председателя), кандидат физ.-мат. наук

**И. Ш. Слободецкий** (ученый секретарь), член-корреспондент

АН СССР **А. А. Абрикосов**, академик **Б. К. Вайнштейн**, заслуженный учитель РСФСР **Б. В. Воздвиженский**, академик **В. М. Глушков**, академик **П. Л. Капица**, профессор **С. П. Капица**, член-корреспондент АН СССР **Ю. А. Осипьян**, член-корреспондент АПН СССР **В. Г. Разумовский**, академик **Р. З. Сагдеев**, кандидат хим. наук **М. Л. Смолянский**, профессор **Я. А. Смородинский**, академик **С. Л. Соболев**, член-корреспондент АН СССР **Д. К. Фаддеев**, член-корреспондент АН СССР **И. С. Шкловский**.

Составитель выпуска **В. П. Лишевский**

3-26      Замечательные ученые/Под ред. **С. П. Капицы** — М.: Наука, 1980. — 192 с. илл.

Книга рассказывает о жизни и научной деятельности ряда выдающихся ученых — Коперника, Кеплера, Ампера, Лобачевского, Столетова, Ковалевской и др. Читатель получит некоторое представление об уровне науки в соответствующую эпоху и об исторической обстановке, в которой были сделаны те или иные научные открытия, как были поставлены эксперименты. Очерки были ранее опубликованы в журнале «Квант» и вызвали большой интерес читателей.

3  $\frac{20400-155}{053(02)-80}$  137-80. 1704000000

ББК 20г  
5(09)

3  $\frac{20400-155}{053(02)-80}$  137-80. 1704000000

© Издательство «Наука»  
Главная редакция  
физико-математической  
литературы, 1980

Биографии, помещенные в данном сборнике, объединяет то, что они впервые были все опубликованы в журнале «Квант». Другая их общая черта,— что они написаны учеными и обращены к молодежи. Жизнеописания всегда привлекательны для молодого читателя, поскольку для него острее всего стоит извечный вопрос — с кого, как писал Маяковский, делать жизнь? В науке дела и жизнь ученого не только неразрывно переплетены, но и несут на себе отпечаток научной среды и того общества, где жил, учился и творил ученый. Тем не менее каждая судьба индивидуальна: Ньютон прожил 87 лет в бурную эпоху буржуазной революции, казни Карла I, чумы и пожара Лондона, создавая основы механики и оптики, анализа и алгебры. С другой стороны, романтическая жизнь Галуа оборвалась в 20 лет, и его мы помним по работе, определившей на многие годы развитие теории групп.

Как и судьбы людей представленные в сборнике биографии неравнозначны и по форме написания, да и сам отбор имен несколько случаен, но эти живо написанные очерки поучительны и интересны. Не со всеми оценками можно согласиться и автору этих строк иногда хотелось поспорить с позициями биографов. Однако их всех объединяет активное отношение к своему предмету, живое, я бы сказал, заинтересованное участие в судьбе ученых минувших веков. Быть может, для ряда читателей эти биографии послужат толчком к более подробному знакомству с жизнью и трудами представленных ученых. В конце каждого очерка приводятся одно-два названия посвященных данному ученому книг. Здесь можно также посоветовать систематический свод биографий русских ученых «Люди русской науки» (М.: 1961 г).

Краткие биографии вместе с введением и предисловием к главным трудам большинства ученых можно найти в антологии «Жизнь науки» (М.: Наука, 1973), которая дает возможность на документальной основе познакомиться с собственным отношением ученых к основным трудам своей жизни. Это ведь главное, что нас всегда интересует в биографии ученого и почему уже даже на начальной стадии изучения науки нас всегда интересуют ее человеческие истоки. Хорошо известно, что науку можно изучить совершенно не касаясь ее истории. Но трудно понять ее метод и совершенно невозможно правильно определить место науки в нашей культуре, минуя ее историю, где часто первой ступенью в понимании связей науки и общества служат биографии ученых.

*С. Капица*

## НИКОЛАЙ КОПЕРНИК (1473—1543)

Я. А. Смородинский

### ЖИЗНЬ КОПЕРНИКА

В 1973 году весь мир отмечал 500-летие со дня рождения великого польского астронома Николая Коперника. Коперник родился 19 февраля 1473 года в городе Торуни. Учился в Краковском университете, потом прожил почти 10 лет в Италии. В Болонье, Риме, Падуе и Ферраре он изучал медицину, юриспруденцию и астрономию. Возвратившись в Польшу (около 1506 года), он в течение нескольких лет был секретарем и врачом своего дяди епископа.

В 1512 году, после смерти дяди, Коперник переехал в город Фромборк, расположенный на берегу Балтийского моря. Здесь он продолжал упорно заниматься астрономией. Много раз ему приходилось прерывать научные изыскания из-за большого количества административных обязанностей, которые он должен был исполнять, будучи управляющим южной частью провинции Вармии. Несмотря на это, он упорно работал над своим основным (и фактически единственным) астрономическим сочинением «О вращении небесных сфер». Первые главы этой книги, содержащие разные тригонометрические теоремы, были изданы учеником Коперника Георгом Ретиком в 1542 году. Но значительно раньше, еще в 20-х годах XVI века, в Европе была известна рукопись Коперника, так называемый «Малый комментарий» (см.



в конце статьи), в которой содержались новые представления о строении Солнечной системы. Главную же свою книгу Коперник не решался издать почти до самой смерти. Лишь умирая (в 1543 году), он смог поддержать в слабеющих руках отпечатанные листы этой книги.

Что же сделал Коперник и почему его книга оказала столь большое влияние на развитие науки?

Идеи Коперника положили начало новой эре в науке. Их трудно было усвоить людям, воспитанным на авторитете древних ученых и на догматах церкви. За Коперником последовали немногие. Но среди них были Кеплер и Галилей.

Среди тех, кто не смог понять Коперника, был Лютер, один из руководителей Реформации, положившей конец беспредельному господству католической церкви в Европе. Он написал о Копернике:

«Рассказывают о новом астрономе, который хочет доказать, будто Земля вращается вокруг себя, а не небо, Солнце и Луна; но это все равно, как если бы кто-либо сидит в телеге или на корабле и движется, а думает, что он остается на месте, а земля и деревья идут и движутся. Но тут дело просто в том, что если кто-либо хочет быть умным, то ему надо выдумать что-либо собственное и считать самым лучшим то, что он выдумал. Дурак хочет перевернуть все искусство астрономии...».

В книгу Коперника, по-видимому, без ведома автора, было добавлено предисловие богослова и математика Оссиандера, который следил за ее печатанием. В этом предисловии он успокаивает читателя (и цензоров): «...во всем же, что касается гипотез, пусть никто не ожидает получить от астрономии чего-нибудь истинного, поскольку она не может дать что-либо подобное; если же он сочтет истинным то, что придумано для другого употребления, то после такой науки окажется более глупым, чем когда приступал...».

Идея автора предисловия состояла в том, что теория Коперника удобна для вычислений, но не имеет прямого отношения к реальному миру. Тем не менее в 1616 году, при жизни Галилея и Кеплера, декретом инквизиции книга Коперника была включена в список запрещенных церковью книг.

Но все эти меры оказались бесполезными. Новая наука завоевывала себе признание, древняя наука уходила в историю.

## ДРЕВНИЕ ИДЕИ

В неведомую глубь веков ушло время, когда человек впервые увидел среди неподвижных звезд семь небесных тел, положение которых изменялось на его глазах. Солнце, Луна, Меркурий, Венера, Марс, Юпитер и Сатурн удивляли и пугали древних наблюдателей неба. Движение их предвещало тревоги и радости. Солнце приносило с собой времена года, Луна сменяла дни и ночи, багровый Марс был предвестником войны.

Еще египтяне знали, что движение Солнца и Луны можно предсказать. Те, кто умел это делать, занимали особое положение — они были жрецами, знающими тайны богов. Жрецы объявляли о начале года, о праздниках, о сроках работ на полях. С тех пор на многие сотни лет наблюдение небесных тел было связано с календарем. Сам Коперник углубился в астрономию, когда в 1514 году папа Лев X призвал к исправлению календаря. (Реформа — переход к новому стилю — была проведена позже, в 1574 году.)

Греки пошли значительно дальше египтян. Они задумались над тем, как устроена вся планетная система, как движутся планеты. Еще в III веке до нашей эры Аристарх Самосский высказал идею о гелиоцентрической системе — системе планет с Солнцем в центре. Во II веке до нашей эры на острове Родосе и в Александрии наблюдал звезды Гиппарх, который первым научился предсказывать положение Солнца и Луны, создав теорию их движения. Астрономы видели, что каждая планета движется по своим особым правилам; поэтому они говорили о теории Марса, теории Луны и т. д. Только Кеплер смог объединить эти разрозненные теории в единую схему.

Первую последовательную схему планетной системы дал Клавдий Птолемей, работавший в Александрии в середине II века нашей эры. Он в значительной степени опирался на труды Гиппарха, которые не дошли до наших дней. Система Птолемея продержалась 15 веков и дожила, почти не изменившись до



Коперника. Вплоть до XVI века никто не сомневался в ее истинности \*).

Птолемей считал, что в центре Вселенной расположена Земля, а вокруг нее вращается семь сфер, которые влекут за собой семь планет в таком порядке: Луна, Меркурий, Венера, Солнце, Марс, Юпитер, Сатурн. На рис. 1 в действительности изображена не

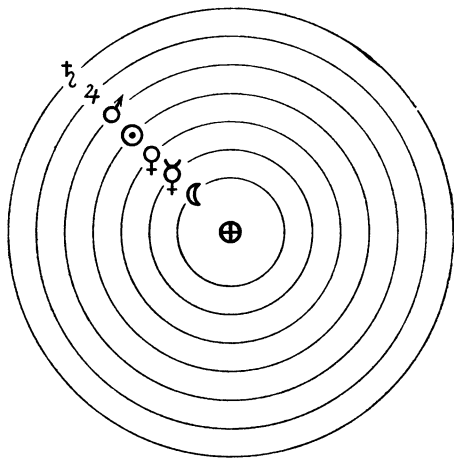


Рис. 1. Упрощенная система Птолемея.

система Птолемея — она значительно более сложна. До того, как о ней рассказать, пойдем сначала, что означало для греков (да и для Коперника) построить теорию движения планеты.

### КИНЕМАТИКА БЕЗ ДИНАМИКИ

В системе знаний древних естествоиспытателей полностью отсутствовали какие бы то ни было представления о динамике. Причина движения тел была для них недоступна. Когда камень толкали, все было понятно, хотя и в этой задаче никаких количе-

---

\*) Сочинение Птолемея называлось «Математический трактат в XIII книгах». В арабском переводе, в котором с ним познакомились средневековые ученые, оно называлось «Альмагест» (от греческого «μεγίστη» — величайшее). Под этим названием оно цитируется и сейчас.

ственных соотношений получить не могли (да и не думали об этом). Когда же дело касалось планет, то ни о каких причинах движения и речи быть не могло — планеты двигались сами по себе, просто потому, что движение заключено в их природе. Почти вся наука о движении изложена у Коперника так: «Аристотель говорит, что единому и простому телу присуще и простое движение; из простых же движений одно прямолинейное, другое круговое; из прямолинейных одно идет вверх, другое вниз. Поэтому всякое простое движение идет или к середине вниз, или от середины вверх, или вокруг середины, и это движение круговое. Только Земле и воде, которые считаются тяжелыми, следует двигаться вниз, т. е. стремиться к середине, воздух же и огонь, обладающие легкостью, должны двигаться вверх и удаляться от середины. И кажется вполне сообразным приписать этим четырем стихиям прямолинейное движение, а небесным телам предоставить вращаться вокруг середины. Так утверждает Аристотель». Вот и вся механика древних. Итак, планеты должны двигаться по окружностям и, наверное, с постоянной скоростью, так как (опять из Коперника): «Круговое движение всегда совершается равномерно, ибо оно имеет неубывающую причину...». Отсюда и схема геоцентрической системы. Но система, изображенная на рис. 1, хотя и очень эффектна, противоречит наблюдениям; с ее помощью нельзя разобраться в истинном движении планет.

Эта задача и стояла перед Птолемеем. Как совместить «принцип инерции Аристотеля» с реальным миром? Как описать реальный мир на основании одной кинематики?

## ДВИЖЕНИЕ СФЕР

Древние наблюдатели видели, что движение планет сложно. Они разделяли это сложное движение на несколько более простых. Первым главным движением было суточное движение неба, вторым — его годовое движение. В этих двух движениях участвовали все семь сфер, которые тянули за собой планеты. Восьмая сфера (к ней прикреплены звезды) была неподвижна. Еще Гиппарх усовершенствовал эту систему. Чтобы учесть движение точки весеннего

равноденствия (точки пересечения плоскости экватора с орбитой Земли), он приписал восьмой сфере медленное движение на  $1^\circ$  за 100 лет (по  $36''$  в год \*).

Однако эти простые движения не удовлетворяли «принципу инерции Аристотеля». Скорости их были непостоянны. Поэтому говорили о существовании двух неравенств, о несовпадении действительного положения небесных светил с их положением, вычисленным из простой модели равномерного движения по окружностям. Первое неравенство — это неравномерность движения планет по орбитам; второе — наблюдавшееся «попятное» движение планет — изменение направления их движения по небу на противоположное. Только для Солнца и Луны не было второго неравенства. Поэтому уже теория Гиппарха позволяла определять положение Солнца и Луны с ошибкой, меньшей одной минуты. С неравенствами же надо было справиться и Птолемей справился с ними великолепно.

### ЭКСЦЕНТР И ЭКВАНТ

Выход из, казалось бы, безнадёжного положения был весьма остроумен. Надо предположить, что по окружности вокруг центра Мироздания (Земли в системе Птолемея) движется не сама планета, а лишь центр другой окружности, названной эпициклом (рис. 2). Планета же движется по эпициклу с той же угловой скоростью по величине, но обратной по направлению, с какой центр эпицикла движется по основной орбите, названной деферентом \*\*). В результате таких построений оказывается (хорошее упражнение для читателя!), что планеты, по-прежнему, движутся по окружности (она называется эксцентром), но центр ее смещен относительно Земли.

Таким образом была установлена важная кинетическая эквивалентность схем движения эпицикла по деференту и движения эксцента. Но столь простая схема описывала лишь путь Солнца, которое всегда движется по небу в одном направлении, не поворачивая вспять. Угловая скорость движения Солнца по

---

\*) В действительности смещение точки весеннего равноденствия происходит немного быстрее — на  $50''$  в год.

\*\*) Такое движение в механике называют парой вращений.

эксцентру (относительно его центра) предполагалась постоянной. Тогда, очевидно, угловая скорость движения, наблюдаемая с Земли, окажется переменной. Так просто объяснялось первое неравенство.

Для планет теорию нужно было усложнить. Особенно трудно было объяснить движение Меркурия, у которого, как мы теперь знаем, самый большой эксцентриситет: он равен 0,2 и в 10 раз больше чем у Земли.

К двум окружностям добавили третью — эквант. Центр экванта обладал той особенностью, что наблюдатель, находящийся в нем, видел бы равномерное движение планет. Иными словами, хотя угол  $\psi$  (рис. 3) изменяется со временем неравномерно, угол  $\varphi$  растет пропорционально времени. Таким образом, как бы вводилась фиктивная планета, движущаяся равномерно по экванту. Гипотеза экванта (при дополнительном условии, что центр эксцента делит отрезок центр — центр экванта пополам) улучшила теорию, но и она оказалась все же недостаточной. Пришлось вводить дополнительные предположения, например, что центр экванта сам движется по окружности или что по эпициклу катится другой эпицикл. В конечном счете для описания движения планет надо было вводить почти 40 различных круговых движений. Да и

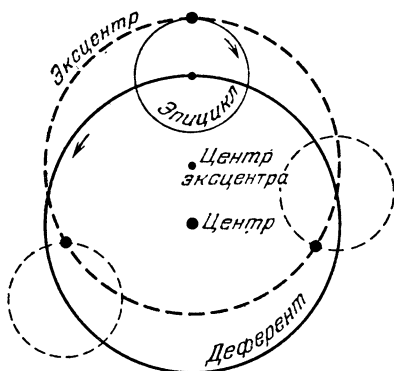


Рис. 2. Эквивалентность движения по эпициклу и движения по эксцентру в системе Птолемея (теорема Аполлония Пергского).

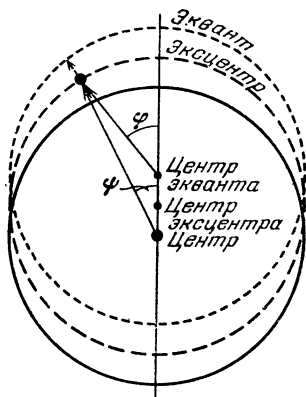


Рис. 3. Движение по экванту.

сама гипотеза экванта была на самом деле чужда кинематике. Схема, таким образом, была сложной и неудовлетворительной с принципиальной точки зрения. Однако она позволяла достаточно точно предсказывать положение Солнца и планет и поэтому удовлетворяла всех. Рассчитанные на ее основе астрономические таблицы (так называемые Альфонсинские таблицы) были во всеобщем употреблении с XIII века \*). Правда, надо иметь в виду, что только в конце XV века подлинное учение Птолемея стало распространяться в университетах Европы — до этого учились по тяжеловесным латинским переводам арабских трактатов.

В то время наиболее важно было рассчитывать движение Солнца и Луны; для этого теории Птолемея было вполне достаточно. Солнце и Луна движутся на небесном своде почти равномерно, так как эксцентриситеты орбит Земли и Луны (в системе отсчета с неподвижным Солнцем) малы и, кроме того, у Солнца и Луны нет попятных движений.

## СОЛНЦЕ — ЦЕНТР ВСЕЛЕННОЙ

Итак, не практические цели стояли перед Коперником, когда он начал размышлять над системой планет. Вопрос о календарной реформе был только лишним поводом. Коперник не мог принять сложной системы катящихся сфер Птолемея. Он не оставил после себя никаких дневников или записей, по которым можно было бы восстановить ход его мыслей. Никто не знает, о чем он думал почти 40 лет, создавая свою систему.

Когда сейчас мы смотрим на систему Птолемея, то обнаруживаем много закономерностей, которые трудно считать случайными и на которые не мог не обратить внимания Коперник. Почему центры эпициклов Меркурия, Венеры и Солнца всегда лежат на од-

---

\*) Таблицы, с большой точностью рассчитанные по системе Коперника, были опубликованы в 1551 году Эразмом Рейнгольдом. Ночью 17 августа 1563 года Тихо Браге увидел, что Юпитер и Сатурн почти совпадают на небе. Посмотрев в таблицы, он обнаружил, что Альфонсинские таблицы предсказывают время этого события с ошибкой в месяц, а Коперниковские — в 7 дней. Этот случай дал толчок работам Тихо Браге, а потом и Кеплера.

ной прямой? Почему периоды обращения Марса, Юпитера и Сатурна в их эпициклах равны одному земному году?

Немало таких проблем связано с системой Птолемея.

Гипотеза Коперника была проста. Надо поменять в старой птолемеевской системе Землю и Солнце местами, оставив только Луну вращаться вокруг Земли

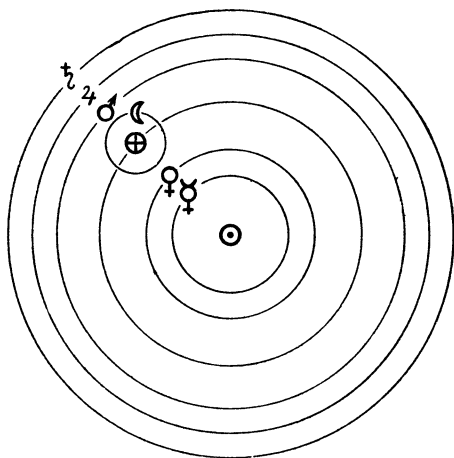


Рис. 4. Упрощенная система Коперника.

(рис. 4). Но эта простая гипотеза была недоступна для понимания большинству современников Коперника. Первый раз в истории науки наблюдатель был лишен своего привилегированного положения, и обсуждался вопрос о картине, наблюдаемой в другой (движущейся относительно наблюдателя) координатной системе. Такой шаг был революционным не только с точки зрения церкви — Земля и человек перестали быть главными во Вселенной, — но и с точки зрения механики — никогда еще относительность движения не использовалась для решения конкретных задач. Поместив центр планетной системы на Солнце, Коперник сразу же упростил ее схему.

После того, что было рассказано, читателю будет понятно введение в «Малый комментарий», в котором Коперник кратко формулирует свою идею.

По схеме Коперника суточное движение неба объяснялось вращением Земли вокруг своей оси, годовое движение — обращением ее вокруг Солнца. Исчезло второе неравенство — попятное движение планет стало следствием разной угловой скорости движения Земли и других планет на своих орбитах. Замечательным образом отпала необходимость и в гипотезе о вращении восьмой сферы: для объяснения движения звезд достаточно было предположить, что плоскость орбиты Земли медленно вращается в сторону, обратную движению самой Земли по орбите.

Но не следует думать, что простая схема Коперника полностью решила задачу. Напомним, что естественное движение планет должно было сводиться к комбинациям равномерных движений по окружностям. Для этого и вводились эпициклы, эксцентры и экванты.

Дадим опять слово Копернику: «...становится очевидным, что вследствие одного обращения Земли может происходить все то, чего древние пытались достичь для каждой планеты при помощи эпициклов. Однако, вопреки мнению Аполлония и древних, движение планет не оказывается равномерным, даже после отнесения этой неравномерности за счет обращения Земли. Следовательно, планеты движутся не по концентрическим кругам, а иным образом, каким, — мы покажем в дальнейшем...».

Теперь мы знаем, что непостоянство скорости движения планет по орбитам следует из законов Кеплера и его не нужно избегать в теории. Но Коперник остается в плену своих законов кинематики и стремится достичь равномерности движения введением все тех же эпициклов и эксцентров (однако без эквантов). В результате его схема планетной системы оказывается достаточно сложной и совсем не похожей на простую гелиоцентрическую модель, с которой он начал. Конец «Малого комментария» выглядит так: «Таким образом, Меркурий движется при помощи всего семи кругов, Венера — при помощи пяти, Земля — при помощи трех, а Луна вокруг них — при помощи четырех; наконец, Марс, Юпитер и Сатурн — при помощи пяти кругов каждый. Таким образом, для Вселенной будет достаточно 34 кругов, при помощи которых можно объяснить весь механизм мира...». При попытках же

улучшить ее согласие с опытом она начинает усложняться и теряет убедительность. Такое положение обычно свидетельствует об органических пороках теории. Этот симптом увидел Кеплер, открывший основной дефект теории Коперника: планеты на самом деле движутся по эллипсам, а не по окружностям, и описание их движения многими окружностями в принципе не может быть простым. Однако в рассуждениях Коперника заключалось важное открытие. Предположив, что центр эксцента движется по окружности, он заметил то, чего не заметили древние: планеты стали двигаться не по окружности, а по овалу. «Против отклонения путей планет от кругового совершенства Птолемей с основанием возражал бы Копернику, но я не возражаю»,— писал Кеплер.

Система Коперника не была принципиально точнее птолемеевой. Более того, изменение системы отсчета не могло изменить результатов вычислений. Однако переход к гелиоцентрической системе настолько изменял все представления о строении мира, что за ним вскоре последовали открытия Галилея и Кеплера, а затем и создание механики Ньютоном. Поэтому книга Коперника оказалась фундаментом, на котором построена вся современная наука. Именно в этом смысле ее считают одной из величайших книг, когда-либо написанных рукой человека.

Еще одно отличие системы Коперника от системы Птолемея обычно не подчеркивается.

В системе Птолемея описывалась лишь проекция движения планеты на небесный свод Земли. Движения разных планет описывались независимо друг от друга. Были теории Луны, теории Марса и т. д. Из-за этого в расчеты никак не входило расстояние планеты от Земли. Можно было увеличить или уменьшить в одинаковое число раз радиусы всех окружностей (деферента и эпициклов) для каждой планеты, не изменив ее движения по небесной сфере. Поэтому из системы Птолемея нельзя было сделать никаких заключений о взаимном положении планетных орбит в пространстве. Чтобы построить систему Коперника, необходимо знать расстояние всех планет до Солнца. Точнее, надо знать не абсолютные значения этих расстояний в метрах, а их отношение к среднему расстоянию от Земли до Солнца.



Для наблюдателя, находящегося на Солнце, задача была бы похожа на задачу Птолемея: движение каждой планеты описывалось бы независимо друг от друга. Но переход к земному наблюдателю требует пересчета по формулам, в которые входит расстояние Земля—Солнце. Поэтому в системе Коперника только одно расстояние, среднее расстояние Солнце—Земля, так называемая астрономическая единица, остается произвольной, остальные расстояния определяются из наблюдений над планетами. Коперник оставил своим последователям замечательную таблицу периодов обращения планеты и их средних расстояний от Солнца. Эти числа позволили Кеплеру открыть новые законы мироздания.

#### «МАЛЫЙ КОММЕНТАРИЙ ОТНОСИТЕЛЬНО УСТАНОВЛЕННЫХ ГИПОТЕЗ О НЕБЕСНЫХ ДВИЖЕНИЯХ» (ОТРЫВОК)

«Наши предки ввели множество небесных сфер, как я полагаю, для того чтобы сохранить принцип равномерности для объяснения видимых движений светил. Им казалось слишком нелепым, что небесное тело в своей совершенной сферичности не будет всегда двигаться равномерно. Однако они полагали возможным, что при сложении или совместном участии нескольких правильных движений светила будут казаться по отношению к какому-либо месту движущимися неравномерно.

Этого не могли добиться Калипп и Евдокс, старавшиеся получить решение посредством концентрических кругов и ими объяснить все особенности движений планет, не только относящиеся к видимым круговращениям звезд, но даже и те, когда, как нам кажется, планеты то поднимаются в верхние части неба, то опускаются, чего, конечно концентричность никак не может допустить. Поэтому было сочтено лучшим мнение, что это можно воспроизвести при помощи эксцентрических кругов и эпициклов, с чем, наконец, большая часть ученых и согласилась.

Однако все то, что об этом в разных местах дается Птолемеем и многими другими, хотя и соответствует числовым расчетам, но тоже возбуждает немалые сомнения. Действительно, все это оказалось достаточным

только при условии, что надо выдумать некоторые круги, называемые эквантами. Но тогда получалось, что светило двигалось с постоянной скоростью не по несущей его орбите и не вокруг собственного ее центра. Поэтому подобные рассуждения не представлялись достаточно совершенными, не вполне удовлетворяли разум.

Так вот, обратив на это внимание, я часто размышлял, нельзя ли найти какое-либо более рациональное сочетание кругов, которым можно было бы объяснить все видимые неравномерности, причем каждое движение само по себе было бы равномерным, как этого требует принцип совершенного движения. Когда я приступил к этой весьма, конечно, трудной и почти неразрешимой задаче, то у меня все же появилась мысль, как этого можно добиться при помощи меньшего числа сфер и более удобных сочетаний по сравнению с тем, что было сделано раньше, если только согласиться с некоторыми нашими требованиями, которые называют аксиомами. Они следуют ниже в таком порядке.

**Первое требование.** Не существует одного центра для всех небесных орбит или сфер.

**Второе требование.** Центр Земли не является центром мира, но только центром тяготения и центром лунной орбиты.

**Третье требование.** Все сферы движутся вокруг Солнца, расположенного как бы в середине всего, так что около Солнца находится центр мира.

**Четвертое требование.** Отношение, которое расстояние между Солнцем и Землей имеет к высоте небесной тверди, меньше отношения радиуса Земли к ее расстоянию от Солнца, так что по сравнению с высотой тверди оно будет даже неощутимым.

**Пятое требование.** Все движения, замечающиеся у небесной тверди, принадлежат не ей самой, но Земле. Именно Земля с ближайшими к ней стихиями вся вращается в суточном движении вокруг неизменных своих полюсов, причем твердь и самое высшее небо остаются все время неподвижными.

**Шестое требование.** Все замечаемые нами у Солнца движения не свойственны ему, но принадлежат Земле и нашей сфере, вместе с которой мы

вращаемся вокруг Солнца, как и всякая другая планета; таким образом, Земля имеет несколько движений.

Седьмое требование. Кажущиеся прямые и попятные движения планет принадлежат не им, но Земле. Таким образом, одно это ее движение достаточно для объяснения большого числа видимых в небе неравномерностей.

При помощи этих предпосылок я постараюсь коротко показать, как можно вполне упорядоченно сохранить равномерность движений. Однако здесь, ради краткости, я полагаю нужным опустить математические доказательства, поскольку они предназначены для более обширного сочинения. Впрочем, при описании этих кругов мы укажем величины полудиаметров орбит, при помощи которых каждый сведущий в математике легко поймет, как хорошо подобная композиция кругов подойдет к числовым расчетам и наблюдениям.

Поэтому пусть никто не полагает, что мы вместе с пифагорейцами легкомысленно утверждаем подвижность Земли; для этого он найдет серьезные доказательства в моем описании кругов. Ведь те доводы, при помощи которых натурфилософы главным образом пытаются установить ее неподвижность, опираются большей частью на видимость; все они сразу же рухнут, если мы также на основании видимых явлений заставим Землю вращаться.

Николай Коперник: Сборник статей и материалов. К 410-летию со дня смерти (1543—1953). — М., 1955.

Веселовский И. Н., Белый Ю. А., Николай Коперник (1473—1543). — М., 1974.

## ИОГАНН КЕПЛЕР (1571—1630)

В. П. Лишевский

Трудно представить себе судьбу более драматическую, чем та, которая выпала на долю великого немецкого астронома Иоганна Кеплера. Голод и нищета, религиозные гонения и вызванные ими скитания, болезни и смерть близких преследовали его всю жизнь. Почти каждый день был заполнен поисками средств к существованию, и непонятно, когда же он успел прочитать все то, что было написано учеными до него, получить выдающиеся достижения в кристаллографии, оптике, математике, астрономии и открыть свои знаменитые законы движения планет! После смерти Кеплера осталось одно изношенное платье, две рубашки, несколько медных монет, 12 694 гульдена неуплаченного жалованья, 57 вычислительных таблиц, 27 напечатанных научных трудов (некоторые из них многотомные) и огромное рукописное наследие, объединенное позже в 22 книги. Какой же надо было обладать настойчивостью, целеустремленностью, трудолюбием, желанием познать законы природы, чтобы в тех неимоверно тяжелых условиях, в которых жил и творил Кеплер, выполнить такой колоссальный объем работы и внести столь значительный вклад в мировую науку!

Иоганн Кеплер родился 27 декабря 1571 года в небольшом германском городке Вейль-дер-Штадт, насчитывавшим тогда всего несколько сотен жителей. Его отец, Генрих Кеплер, был ландскнехтом испанского короля Филиппа II и редко



жил дома, участвуя в военных походах. После одного из них он пропал и что стало с ним — неизвестно. Кеплер так впоследствии описывал своего отца: «...человек злобный, непреклонный, сварливый... скиталец... в 1574 году мой отец... в Бельгии. 1575 год. Мать отправилась в Бельгию и вместе с отцом возвратилась. 1576 год. Отец опять оказался в Бельгии. 1577 год... едва избежал опасности быть повешенным. Он продал свой дом и открыл харчевню... 1589 год... оставив мать тяжело больной, он исчез из дому окончательно».

Мать Иоганна Катерина Гульденман, дочь трактирщика, — также обладала тяжелым и неуживчивым характером. Она немного разбиралась в травах и лечила всех обращавшихся к ней за советом настоями и отварами. Эта ее «врачебная» деятельность стала одной из причин, по которым она позже была объявлена ведьмой. Ученому пришлось потратить шесть лет жизни, чтобы доказать невинность своей матери и спасти ее от костра инквизиции. (Между прочим, в крошечном Вейле только с 1615 по 1629 годы было казнено 38 «колдуний».)

Детство Кеплера было безрадостным. Оно прошло среди грубых и невежественных людей, в обстановке постоянных ссор и взаимных упреков, ругани и брани. К тому же Иоганн часто болел. Он родился семимесячным и рос слабым ребенком, а отсутствие надлежащего ухода и заботы довершили дело. Маленького Ганса преследовали сыпи, нарывы, незаживающие язвы, болезни печени и желудка, головные боли, лихорадки. Четырехлетний Иоганн тяжело заболел оспой и чуть не умер. «Хилый, вялый, тощий», — пишет он о себе тех лет.

Слабое здоровье очень мешало впоследствии Кеплеру в его научных занятиях. Ему трудно было вести астрономические наблюдения в холодные зимние ночи, но еще больше препятствовали этому врожденные пороки зрения: сильная близорукость и монокулярная полиопия (множественное зрение, в результате чего ученый видел, например, не одну Луну, а несколько). Только сила духа и воля позволяли Кеплеру справляться со своими многочисленными физическими недугами.

Два ярких события детства запомнились Иоганну и, может быть, определили его будущее. В возрасте

6 лет, в 1577 году, он впервые увидел комету, а три года спустя родители показали ему лунное затмение.

В 1578 году семилетнего Ганса отдают в начальную немецкую школу, но вскоре переводят по настоянию учителя, обратившего внимание на способного и прилежного ученика, в латинскую школу, готовящую служителей церкви и чиновников государственных учреждений. Трехгодичный курс этой школы Иоганн заканчивает только через пять лет. Двухгодичный перерыв был вызван тем, что семья жила трудно, и Гансу пришлось помогать матери обслуживать посетителей трактира, который она содержала, работать на огороде и в поле.

После окончания школы в 1583 году перед Иоганном встал вопрос: что делать дальше? Слабое здоровье не позволяло ему выбрать профессию, связанную со сколько-нибудь значительными физическими усилиями. Учитывая советы учителей, денежные, престижные и иные моменты, родители выбирают для Иоганна духовную карьеру. В 1584 году он поступает в низшую семинарию города Адельсберга, а после окончания ее в 1586 году продолжает учебу в высшей семинарии в Маульбронне.

Ученики семинарии изучали римских и греческих классиков, риторику и диалектику, математику и музыку. Занятия начинались летом в 4 часа утра, а зимой — в 5. Кеплер прилежно учился, много читал, писал стихи. Жил он в бесплатном интернате для учащихся, получал небольшую денежную помощь из дома и стипендию своего родного города Вейля. Это позволяло ему сводить концы с концами. Когда Кеплер обратился к властям Вейля с просьбой выплачивать ему стипендию, сенат университета поддержал обращение своего студента такими пророческими словами: «Так как указанный Кеплер обладает настолько замечательными дарованиями, что с его стороны можно ожидать чего-то особенного, мы со своей стороны охотно поддерживаем его просьбу».

После окончания семинарии в 1589 году Иоганн поступает в Тюбингенский университет на факультет искусств. Здесь он изучает математику, астрономию, греческий и древнееврейский языки, риторику, поэзию, этику, философию. Через два года, успешно сдав

магистерский экзамен, Кеплер переходит на теологический факультет, где для студентов-богословов был установлен трехлетний срок обучения. Иоганн по-прежнему прилежно учится, много читает, занимается стихосложением (публикует свои первые стихи), участвует в театрализованных представлениях, которые студенты-теологи разыгрывают на рыночной площади.

В то время в Тюбингенском университете было несколько талантливых профессоров, но наибольшее влияние на молодого Кеплера оказал Мёстлин (1550—1630), преподававший математику и астрономию. Он первый заметил интерес Иоганна Кеплера к читаемым им предметам и познакомил его частным образом с системой мира Коперника. (В университете Мёстлин был вынужден преподавать систему мироздания Птолемея.) Именно Мёстлин разжег в Кеплере страсть ученого, долгое время был советчиком и помощником Иоганна в научных занятиях, направлял и одобрял его деятельность. На всю жизнь Кеплер сохранил уважение, почтение и любовь к своему учителю.

В конце 1594 года обучение Кеплера на теологическом факультете должно было закончиться, но неожиданно произошло событие, резко изменившее судьбу Иоганна. В протестантской школе Граца — главного города провинции Штирии (Австрия) — скончался преподаватель математики, и протестантская община города обратилась в сенат Тюбингенского университета с просьбой порекомендовать им достойного кандидата. Выбор пал на Кеплера, а он, как обучающийся на государственный счет, не мог отказаться. И как не сопротивлялся Иоганн необходимости оставить учебу, а с нею и мечты о духовной карьере, пришлось подчиниться. 14 марта 1594 года Кеплер покинул Тюбинген и отправился к месту своей первой службы.

В Граце Иоганн Кеплер прожил шесть лет. Помимо преподавания в школе, на будущем ученом лежала обязанность составлять астрономические календари на следующий год и делать астрономические прогнозы. В календаре помещались сведения о времени восхода и захода Солнца, Луны, ее фазах, положении планет среди звезд и многое другое. В разделе «Прогнозы» обязательно сообщались предположения о погоде, видах на урожай, политические, военные и иные

предсказания. Уже в первом календаре, составленном Кеплером, сбылись основные прогнозы: зима 1594/95 года оказалась действительно очень суровой, произошло вторжение турок в австрийские земли и крестьянские волнения. «Мой календарь пока верен: в нашей стране стоят неслыханные холода», — пишет Кеплер Мёстлину в январе 1595 года.

И в дальнейшем Кеплер неоднократно делал удачные прогнозы, поэтому за ним утвердилась слава выдающегося астролога. Сам же ученый к этой своей деятельности относился весьма критически. Не надо, конечно, думать, что Кеплер не верил в астрологию. Он был глубоко религиозным человеком, но ему казалось маловероятным прямое влияние положения звезд и планет на судьбы людей. Кеплер предлагал, чтобы не ошибиться при составлении гороскопов, помимо расположения планет, учитывать множество других факторов: характер человека, его здоровье, общественное положение, обстановку в городе, стране и многое-многое другое. И здесь уже звезды отступали на второй план.

Кеплер смотрел на астрологию как на источник дополнительного заработка. Об этом лучше всего свидетельствует одно из его высказываний: «Лучше издавать альманахи с предсказаниями, чем просить милостыню. Астрология — дочь астрономии, хоть и незаконная, и разве не естественно, чтобы дочь кормила свою мать, которая иначе могла бы умереть с голоду».

В Граце Кеплер написал и издал свою первую крупную работу «Тайна Вселенной» (1596 год), в которой он пытался построить гелиоцентрическую систему мира, устанавливая числовую зависимость между расстояниями планет от Солнца и размерами правильных многогранников (рис. 1). По Кеплеру в сферу, на которой расположена орбита Сатурна, вписан куб, в него вписана следующая сфера — с орбитой Юпитера, далее последовательно вписаны тетраэдр, сфера Марса, додекаэдр, сфера Земли, икосаэдр, сфера Венеры, октаэдр, сфера Меркурия\*). В центре всей этой системы сфер, вписанных и описанных многогранников находится Солнце.

---

\*) Во времена Кеплера были известны только шесть упомянутых планет Солнечной системы.



Свою «Тайну Вселенной» Кеплер послал Галилео Галилею и Тихо Браге, двум известным астрономам этого времени. Оба ученых ответили незамедлительно. Галилей приветствовал еще одного приверженца коперниканской системы, не вдаваясь в разбор построений Кеплера по существу. Браге же, высказав свое отрицательное отношение к умозаключениям Кеплера, пригласил его к себе, чтобы лично познакомиться с ученым, проявившим такую самостоятельность мыш-

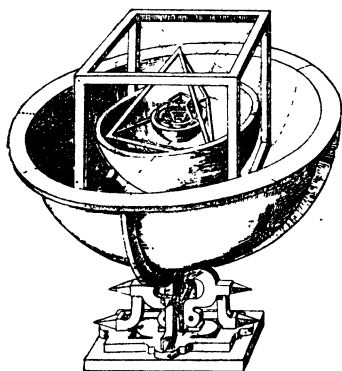


Рис. 1. «Космический кубок», иллюстрирующий гелиоцентрическую модель системы мира по Кеплеру.

ления, знание астрономии и упорство в вычислениях. Тихо Браге понял, что на научном небосклоне возшла звезда первой величины.

В личной жизни Кеплера происходят изменения. В апреле 1597 года он женится на дочери мельника Барбаре Мюллер и через год у них появляется сын Генрих. Прожив всего два месяца, ребенок умирает от менингита. Та же участь постигает и дочь Сусанну, родившуюся годом позже.

Кеплер тяжело переживает смерть детей. А тут еще служебные неприятности.

В 1598 году в Граце усилились гонения на протестантов, к которым принадлежал Кеплер. В сентябре того же года под страхом смертной казни было предложено покинуть город и провинцию Штирию всем протестантским священникам и учителям школы, в которой работал Кеплер. Ученый вынужден был бежать из города. Правда, вскоре для него сделали исключение и через месяц Кеплер возвратился в Грац. Но обстановка в городе беспокойная, и Кеплер решает ехать к Тихо Браге, чтобы поговорить с ним о возможной совместной работе.

1 января 1600 года на пороге нового столетия Кеплер уезжает из Граца в Прагу, где в то время жил и работал Тихо Браге — придворный математик и аст-

роном Рудольфа II, императора Священной Римской империи. С тревожным чувством покидал Кеплер Грац. Как отнесется к нему Браге, как сложится его дальнейшая судьба? Владело Кеплером также чувство большого неудовлетворенности: полжизни прожито, а значительного пока ничего не сделано.

Браге встретил Кеплера приветливо и они быстро договорились о совместной работе. Кеплер вернулся за семьей в Грац и вовремя. Власти города приняли решение изгнать из города всех протестантов, которые откажутся перейти в католичество. Так как Кеплер проявил стойкость в религиозном вопросе, 2 августа 1600 года его имя заносят в список изгоняемых из города. 30 сентября Кеплер вместе с семьей покидает Грац и направляется в Прагу.

Совместная работа с Тихо Браге продолжалась недолго. Осенью 1601 года покровитель Кеплера тяжело заболел и умер. Придворным математиком назначают Кеплера. В его руках оказываются журналы астрономических наблюдений, которые Браге вел на протяжении четверти века. Эти наблюдения были весьма точны для своего времени; они-то и позволили Кеплеру открыть свои знаменитые три закона движения планет.

Зимой 1601 года Кеплер выводит один из законов движения планет, который впоследствии получает наименование второго закона («закон площадей»). Вначале Кеплер формулирует его для Марса, так как опирается на наблюдения движения этой планеты, а затем, проверив правильность этого закона для движения других планет, распространяет его на всю Солнечную систему. «Закон площадей» гласит: радиус-вектор планеты описывает в равные промежутки времени равные площади (рис. 2). Или иначе: радиус-вектор планеты описывает площади, пропорциональные временам.

Свой первый закон Кеплер сформулировал в 1605 году: каждая планета движется по эллипсу, в одном из фокусов которого находится Солнце.

Оба закона Кеплера были опубликованы в его книге «Новая астрономия», которая увидела свет в 1609 году в Гейдельберге. Третий закон был найден позднее, в 1618 году. Он приведен в книге Кеплера «Гармония Мира», изданной в 1619 году.

Сейчас этот закон формулируется так: в невозмущенном эллиптическом движении двух материальных точек произведения квадратов времен обращения на суммы масс центральной и движущейся точек относятся как кубы больших полуосей их орбит, т. е.

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} \frac{m_0 + m_1}{m_0 + m_2} = \frac{a_1^3}{a_2^3},$$

где  $T_1$  и  $T_2$  — периоды обращения двух точек,  $m_1$  и  $m_2$  — их массы,  $m_0$  — масса центральной точки,  $a_1$  и  $a_2$  — большие полуоси орбит точек. Если пренебречь массами планет по сравнению с массой Солнца, получим третий закон Кеплера в его первоначальном

виде: квадраты времен обращений планет вокруг Солнца пропорциональны кубам больших полуосей их эллиптических орбит.

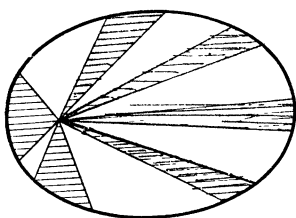


Рис. 2. Второй закон Кеплера — «закон площадей».

В Праге Кеплер прожил десять лет. Это был наиболее плодотворный в творческом отношении период его жизни. Материально ученый жил трудно. Жалование выплачивали крайне нерегулярно и в доме часто

не было самого необходимого. Кеплеру приходилось отпраиваться в казначейство и выпрашивать как милостыню собственный заработок. Днем иногда не было ни минуты свободной, чтобы сесть за стол. И ученый работал ночами: изучал результаты наблюдений Тихо Браге, комбинировал цифры, искал законы движения планет.

Чтобы вывести свои законы, Кеплер проделывает вычисления. Каждое вычисление — 10 страниц. Делается одно вычисление 70 раз для проверки его правильности. Сохранилось 900 листов таких вычислений, заполненных мелким кеплеровским почерком.

Помимо «Новой астрономии», в которой ученый привел два первых закона движения планет, в Праге он написал два фундаментальных трактата по оптике: «Дополнения к Виттелю, в которых излагается оптическая часть астрономии» (1604 год) и «Диоптрика» (1611 год).

Первая книга написана, действительно, как дополнение к хорошо известному в то время трактату польского ученого XII века Виттелло. Кеплер останавливается на многих вопросах, касающихся геометрической и физиологической оптики. Он ввел в оптику термины «оптическая ось» и «мениск», «сходимость» и «расходимость» световых пучков, создал теорию механизма зрения, которая в основном совпадает с современной, объяснил действие собирающих и рассеивающих очковых линз, исправляющих дальнозоркость и близорукость, вплотную подошел к разработке теории оптических инструментов. Там же он рассмотрел различные астрономические явления: рефракцию, сияние, появляющееся вокруг Солнца во время полного солнечного затмения,— солнечную корону и др., впервые дал закон убывания освещенности поверхности обратно пропорционально квадрату расстояния от источника.

Вторая книга (ее полное название «Диоптрика, или доказательство того, как становится видимым изображение с помощью недавно изобретенной зрительной трубы») явилась результатом дальнейших исследований, связанных с оптическими инструментами и проведенных после создания Галилеем в 1609 году первого телескопа. Термином «диоптрика» Кеплер назвал тот раздел оптики, где рассматривается явление преломления света (в отличие от евклидовой катоптрики, изучающей отражение света). Поразительно, что, не зная правильной формулировки закона преломления света (этот закон был найден для частного случая Снеллиусом в 1617 году, а для общего — Декартом в 1637 году), Кеплер построил в целом правильную теорию действия оптических приборов и, в частности, зрительных труб. Здесь же Кеплер описал изобретенный им телескоп, явившийся прообразом современных рефракторов.

О значении трудов ученого по геометрической оптике очень хорошо сказал итальянский ученый Ронки: «Гениальный комплекс работ Кеплера содержит все основные понятия современной геометрической оптики: ничто не утратило здесь значения за минувшие три с половиной столетия... Нынешнюю оптику можно с полным правом назвать кеплеровской». И далее: «В наши дни имя Кеплера в оптике почти забыто. Его имя сейчас упоминается лишь иногда в названии

зрительной трубы с окуляром... Неспециалист может подумать, что Кеплер никогда не занимался углубленно оптикой, а был астрономом, которому однажды пришла счастливая мысль использовать положительный окуляр».

В Праге Кеплер написал еще ряд работ: «О новой звезде» (1604—1606 годы), «Разговор со звездным вестником» (1610 год), «О шестиугольной форме снежинок» (1611 год) и несколько других.

В Праге у Кеплера родились трое детей: дочь Сусанна (1602 год) и сыновья Фридрих (1603 год) и Людвиг (1607 год).

Относительно благополучный десятилетний период пребывания Кеплера в Праге закончился. В конце 1610 года заболевает жена Барбара. Врачи находят у нее перемежающуюся лихорадку. Течение болезни осложняется припадками эпилепсии и появлением признаков душевного расстройства.

Прага новоднена наемными войсками. На улицах льется кровь. Это воюют за престол император Рудольф II и его брат Матвей. В ответ на солдатские грабежи и насилие восстают ремесленники города. Наемники заносят в город инфекционные болезни. Трое детей Кеплера заболевают оспой. Сусанна и Людвиг выздоравливают, а Фридриху становится все хуже. 19 февраля 1611 года в семью приходит большое горе — восьмилетний сын Кеплера умирает.

23 мая Рудольф II отрекается от престола и королем Чехии становится его брат Матвей. В следующем году его провозглашают новым императором Священной Римской империи.

Кеплер остается без своего высокого покровителя и, хотя Матвей оставляет ученого на должности придворного математика, решает покинуть Прагу. В конце мая Кеплер уже в Линце — столице Верхней Австрии, где предлагает сословному собранию свои услуги в качестве преподавателя и провинциального математика. Его предложение принято и Кеплер возвращается за семьей в Прагу. Дома он застаёт жену в очень тяжелом состоянии, и 3 июля она умирает. Этот 1611 год был самым несчастливым в жизни Кеплера: смерть сына, смерть жены...

В Линце Кеплер прожил 14 лет. Он сохранил за собой звание придворного математика, и кроме того,

помимо преподавания, ему было поручено продолжать составление таблиц планетных движений (на основе данных наблюдений Тихо Браге) и изготовить географическую карту Верхней Австрии.

В 1613 году Кеплер женился на 24-летней дочери столяра, сироте и бесприданнице Сусанне Рейттингер. Это была спокойная, добрая и трудолюбивая женщина. Она терпеливо и с достоинством переносила лишения и невзгоды, радовалась научным успехам мужа и умела поддержать его в трудные минуты, а их на ее долю выпало немало: всегдашняя забота о куске хлеба, жизнь на грани нищеты, смерть троих из семи родившихся детей. А в будущем ее еще ожидала участь молодой вдовы с четырьмя малолетними детьми на руках без каких бы то ни было средств к существованию.

Рассказывают, что когда Кеплер покупал вино для свадьбы, он был изумлен тем, как торговец определял вместимость бочки. Продавец брал палку, на которой были нанесены деления, и с ее помощью определял расстояние от наливного отверстия до самой дальней точки бочки. Проделав это одно измерение, он сразу же говорил, сколько литров вина в данной бочке.

Кеплера заинтересовало, насколько точно торговец определял объем бочки при помощи всего одного измерения. Так ученый первым обратил внимание на класс задач, исследование которых привело к созданию интегрального исчисления.

Вначале Кеплер нашел формулу для вычисления объема бочки, а затем — и других тел вращения (всего 92), которым он дал названия: «лимон», «яблоко», «груша», «айва», «слива», «земляника», «турецкая чалма» и т. п. Для нахождения объемов этих неправильных тел он применил метод «исчерпывания», заполняя тела фигурами, объемы которых поддавались вычислению. Одновременно он разбивал тело на множество элементарных частей.

Так, например, для нахождения формулы объема тора Кеплер разбил его меридиональными сечениями на бесконечное количество кружков, толщина которых с внешней стороны была несколько большей, чем с внутренней. Объем такого кружка равен объему цилиндра с основанием, равным сечению тора, и высо-

той, равной толщине кружка в его средней части. Отсюда сразу получалось, что объем тора равен объему цилиндра, у которого площадь основания равна площади сечения тора, а высота равна длине окружности, которую описывает точка  $F$  — центр сечения тора (рис. 3).

Находя объем тела как сумму элементарных объемов, заполнявших тело, Кеплер часто употреблял латинское выражение *Summa omnium* — сумма всех. Как известно, один из создателей интегрального исчисления, Лейбниц, ввел знак интеграла  $\int$  (удлиненная буква  $S$ ) именно для сокращенной записи выражения *Summa omnium*.

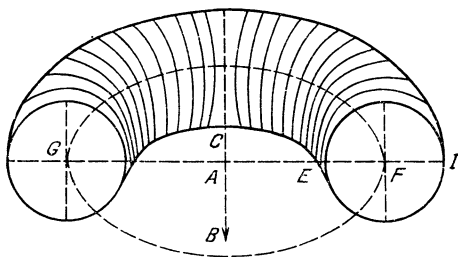


Рис. 3. К вычислению объема тора.

Написанная Кеплером и изданная в 1615 году «Новая стереометрия винных бочек» положила начало целому ряду исследований, которые привели к созданию Ньютоном и Лейбницем дифференциального и интегрального исчисления. Математика переменных величин заняла ведущее место в системе математических знаний.

Кеплер был выдающимся математиком. Он внес большой вклад в теорию конических сечений, ввел в научный оборот термин «фокус» (параболы, гиперболы, эллипса); введение им понятия бесконечно удаленной точки способствовало созданию проективной геометрии. Он был хорошим вычислителем, принимал участие в разработке теории логарифмов, составлении таблиц логарифмов, наконец, он способствовал изобретению первой вычислительной машины.

В Линце Кеплер много и плодотворно работает. В 1617—1622 годах он пишет и издает «Краткое изло-

жение коперниканской астрономии» — первый учебник, посвященный новой системе мира: планеты обращаются вокруг Солнца по законам, открытым Кеплером. Этот учебник сразу же после выхода первой части попадает в список запрещенных книг. В 1619 году Кеплер заканчивает «Гармонию Мира», над которой он с перерывами работал с 1599 года, где приводит уже все три закона движения планет.

Спокойная работа в Линце прерывается письмом сестры, которая сообщает, что мать Кеплера обвиняют в колдовстве. Навет исходил от соседки, невзлюбившей мать ученого. Клевета упала на благодатную почву. Этому способствовали необщительный и малосимпатичный характер Катерины и то, что она занималась «врачеванием». В то время в Германии повсюду велась охота за ведьмами. В Леонберге, где жила Катерина, только за одну зиму 1615/1616 года было сожжено шесть женщин, подозреваемых в колдовстве.

Обвинение против матери Кеплера, поддержанное властями, содержало 49 пунктов. Здесь было все: вызванный ею мор животных, сглаз людей, сношение с дьяволом. Один житель города обвинил Катерину в смерти своих детей, другой — в том, что он повредил себе позвоночник, прыгая с ношей через канаву, и т. д. Одно обвинение было нелепее другого. Но два пункта были серьезные. Мать Кеплера как-то сказала соседке: «Нет ни рая, ни ада. От человека остается то же, что и от животных». Это была страшная ересь!

Вторым серьезным обвинением были показания могильщика местного кладбища о том, что Катерина просила его раскопать могилу своего отца и извлечь оттуда череп для того, чтобы она, оправив его в серебро, могла сделать из него кубок и подарить своему сыну Иоганну. Она где-то слышала, что такой подарок приносит счастье.

Получив письмо от сестры под самый Новый год, 29 декабря 1615 года, Кеплер сразу же направил властям Леонберга письмо, в котором отводил от своей матери обвинение в колдовстве и отвергал слухи о том, что он сам тоже якобы занимается черной магией. Письмо не возымело действия, и началось следствие.

Испуганная Катерина бежит к сыну в Линц, но через девять месяцев возвращается (ее тянет на ро-



дину). Следом за ней в Леонберг приезжает Кеплер. Он думает, что его присутствие остановит процесс, но единственное, что ему удастся сделать, — это добиться для матери разрешения покинуть Леонберг, однако, Катерина категорически отказывается покинуть родные места. Кеплер возвращается в Линц, из которого внимательно следит за тем, как разворачиваются события.

Следствие тянулось почти пять лет. Наконец, 7 августа 1620 года Катерина была арестована и препровождена в тюрьму. Узнав об этом, Кеплер спешит в Леонберг.

Процесс начался 4 сентября. Кеплер построил защиту очень искусно. Он не отвергал существование ведьм, не отрицал свидетельские показания, а просто давал каждому конкретному случаю вполне естественное объяснение, отводящее от матери обвинение в колдовстве. В одном из протоколов судьи были вынуждены записать: «Арестованную, к сожалению, защищает ее сын господин Иоганн Кеплер, математик».

Надо сказать, что мать Кеплера держалась на процессе очень мужественно. Когда ее для устрашения поставили перед орудиями пыток, она сказала: «Делайте со мной, что хотите, но если вы из меня и все жили одну за другой вытяните, все равно мне не в чем будет признаваться».

4 октября 1621 года процесс был прекращен, и измученную женщину выпустили из тюрьмы после 14-месячного заключения. Но недолго она пользовалась свободой — в апреле следующего года она умерла.

Мать Кеплера была спасена от костра инквизиции благодаря своему сыну, но какой ценой! Шесть лет вместо занятия наукой всемирно известный ученый вынужден был бороться с невежеством, тупостью, жестокостью.

Кеплер возвращается в Линц. Здесь он заканчивает работу над таблицами логарифмов, начатую еще летом 1619 года, когда он познакомился с книгой Непера «Описание удивительной таблицы логарифмов» (1614 год).

Так как Кеплеру приходилось много вычислять, он не мог пройти мимо изобретения Непера и составил свои таблицы логарифмов, которые по структуре были более похожи на современные. Они состояли из тыся-

чи строк — по одной на каждое число и его логарифм, поэтому труд Кеплера, изданный в 1624 году в Марбурге, назывался «Тысяча логарифмов». Профессор Тюбингенского университета Шикард пишет Кеплеру 24 сентября 1624 года: «Я радуюсь, что они (логарифмы) стали доступны всем, и поздравляю сам себя с таким прекрасным средством вычислений. Они будут мне полезны... так как упорядочены по числам от 1 до 1000. В связи с этим я предпочитаю их логарифмам Непера». (Между прочим, современное обозначение логарифма введено в обращение Кеплером.)

С автором письма Кеплер познакомился в 1621 году и посоветовал ему заняться постройкой вычислительной машины. Видимо, Кеплер тогда же поделился с Шикардом своими идеями на этот счет. Такая машина была построена в 1623—1624 годах почти на двадцать лет раньше, чем это сделал Блез Паскаль, который считается создателем первого механического вычислительного устройства. Оба изготовленных образца, к сожалению, сгорели при пожаре, но оставшиеся эскизы позволяют судить о том, как машина работала.

Летом 1624 года Кеплер заканчивает составление новых астрономических планетных таблиц — «Рудольфинских таблиц» (названных так по имени Рудольфа II), над которыми он трудился 22 года. Эту работу Кеплер считал основным делом своей жизни. Старые таблицы движения планет были неточны и новые кеплеровские таблицы движения с нетерпением ждали моряки и астрономы, составители календарей и астрологи. Запросы на «Рудольфинские таблицы» поступали не только из европейских государств, но и из Азии и Америки. После опубликования в 1627 году «Рудольфинские таблицы» в течение почти двух веков служили людям. Только в начале XIX века они были заменены более точными астрономическими таблицами движения планет.

Последние годы жизни Кеплера были вновь омрачены лишениями и скитаниями. Не было денег на жизнь, не было денег на издание своих трудов. Четыре месяца Кеплер провел в Вене, где тогда находился двор императора, добиваясь выплаты причитающегося ему жалования. Император отделался от ученого обычным способом: приказал казначействам

ряда городов выделить необходимые средства. Год уходит у Кеплера на объезд и обход этих городов, но удается собрать лишь ничтожную сумму. Не помогают ни лесть, ни угрозы.

В Линце начинаются гонения на протестантов. Им всем предложено или перейти в католичество, или в течение шести месяцев покинуть город. Кеплеру и работникам его типографии разрешено остаться в городе до окончания работы над «Рудольфинскими таблицами».

Уже восемь лет идет Тридцатилетняя война. Линц, как и вся Верхняя Австрия, оккупирован баварскими войсками, которые ведут себя как завоеватели. Крестьяне, возмущенные их поведением, весной 1626 года поднимают восстание. Восставшие освобождают от захватчиков страну и осаждают Линц. Осада длится более трех месяцев. Город мучается в тисках голода, начинаются эпидемии. 30 июня повстанцы захватывают город и в нем вспыхивают пожары. В огне сгорают типография Кеплера; станок, набор части «Таблиц» и отпечатанные листы. Рукопись книги чудом уцелевает.

Кеплер не может больше оставаться в Линце. Он забирает семью, грузит книги, рукописи и немудреную домашнюю утварь на судно, идущее вверх по Дунаю, и отправляется в Ульм, где он договорился издать «Рудольфинские таблицы». Начались сильные морозы. Реку сковывает лед, и Кеплер вынужден оставить семью в Регенсбурге. Дальше он добирается сам на лошадях.

В Ульме Кеплер прожил около года, из которых девять месяцев ушли на печатание «Таблиц».

Наконец «Рудольфинские таблицы» увидели свет. Кеплер покидает Ульм, навещает семью в Регенсбурге и отправляется в Прагу повидаться с императором Фердинандом, который прибыл туда на коронацию своего сына королем Чехии.

Император милостиво встречает Кеплера, принимает от него в подарок экземпляр «Таблиц» и предлагает перейти в католичество, обещая за это всяческие блага. И вновь Кеплер отказывается — он не может пойти на сделку со своей совестью.

В судьбу Кеплера вмешивается любимец императора — полководец Альбрехт Валленштейн. Он дав-

но знает Кеплера, так как дважды обращался к нему как к астрологу: в 1608 и 1624 годах ученый составлял для Валленштейна очень точные гороскопы. (В последнем он предсказал ему смерть в 1634 году. И действительно, полководец был убит 25 февраля 1634 года офицером, подосланным императором, который подозревал своего военачальника в сношениях с неприятелем.)

Валленштейн предлагает Кеплеру поступить к нему на службу. Ученый соглашается и летом 1628 года вместе с семьей переезжает в герцогство Саган — владение Валленштейна.

В городе Саган в то время жило примерно четыре тысячи жителей, в основном купцы и ремесленники. Кеплер поселился в каменном доме недалеко от крепостных ворот. Рядом с домом он построил башню для астрономических наблюдений и оборудовал типографию для печатания своих сочинений.

В августе 1630 года Валленштейн получает отставку, и Кеплер вновь остается без покровителя. Осенью того же года он отправляется в Регенсбург на сбор германских князей, где тогда находился император, чтобы получить хотя бы часть причитающихся ему денег. В дороге он простудился и приехал в Регенсбург совершенно больным. Здесь он и умер 15 ноября 1630 года на 59 году жизни.

Рок преследовал Кеплера и после его смерти. В результате сражений Тридцатилетней войны кладбище, на котором его похоронили, было полностью разрушено, и от могилы Кеплера не осталось даже следа. Его рукописное наследие переходило из рук в руки, терялось, растаскивалось, пока, наконец, в 1774 году большая часть архива Кеплера не была приобретена Петербургской академией наук \*).

Кеплеру установлены памятники в Вейль-дер-Штадте и в Регенсбурге. В этих же городах в домах, где Кеплер родился и где он умер, открыты музеи его имени. В его честь названы один из лунных кратеров и малая планета № 1134.

Своими трудами Кеплер навечно вписал свое имя в историю науки. Но ценность трудов ученого опреде-

---

\*) В настоящее время 18 из 22 томов рукописного наследия Кеплера хранятся в Ленинградском отделении Архива Академии наук СССР.

ляется не только открытыми им законами движения планет. Одна из главных заслуг Кеплера в том, что он способствовал утверждению в астрономии системы мира Коперника, а для этого в то время надо было обладать большой личной смелостью. (Именно за пропаганду коперниканской системы мира сожгли на костре Джордано Бруно.)

Значительный вклад внес ученый в физику. Он вплотную подошел к пониманию природы тяготения. Кеплер писал, что это «взаимное телесное стремление сходных (родственных) тел к единству или соединению». В другой работе он говорит: «Гравитацию я определяю как силу, подобную магнетизму — взаимному притяжению. Сила притяжения тем больше, чем оба тела ближе одно к другому...» И далее Кеплер добавляет: «Причины океанских приливов и отливов (мы) видим в том, что тела Солнца и Луны притягивают воды океана с помощью некоторых сил, подобных магнетизму». Кеплер считал, что сила притяжения прямо пропорциональна массе и обратно пропорциональна расстоянию между телами. Опираясь на пионерские работы Кеплера, Ньютон открыл свой знаменитый закон всемирного тяготения.

Кеплер ввел в физику термин «инерция», которым он обозначал явление сопротивления движению покоящихся тел. Здесь он также выступает как предшественник Ньютона.

На вопрос: ваш любимый герой? Карл Маркс ответил «Спартак и Кеплер». Он не случайно поставил эти два имени рядом. Кеплер преобразовал современную ему астрономию. Именно таким ученым-революционером он и останется в памяти людей.

*Белый Ю. А.* Иоганн Кеплер (1571—1630). — М., 1971.  
*Медведев Ю. М.* Капитан звездного океана. — М., 1972.

## ПЬЕР ФЕРМА́ (1601—1665)

И. Г. Башмакова

9 февраля 1665 г. в «Журнале ученых» ('«Journal des Sçavants») был помещен некролог Пьеру Ферма́, в котором говорилось: «Это был один из наиболее замечательных умов нашего века, такой универсальный гений и такой разносторонний, что если бы все ученые не воздали должное его необыкновенным заслугам, то трудно было бы поверить всем вещам, которые нужно о нем сказать, чтобы ничего не упустить в нашем похвальном слове».

И хотя уже при жизни Пьер Ферма́ был признан первым математиком своего времени, а после смерти слава его еще умножилась, мы о нем самом знаем очень мало.

Вот то немногое, что известно о нем: он родился на юге Франции в небольшом городке Бомон-де-Ломань, где его отец — Доминик Ферма́ — был «вторым консулом», т. е. чем-то вроде помощника мэра. Метрическая запись о его крещении от 20 августа 1601 года гласит: «Пьер, сын Доминика Ферма́, буржуа и второго консула города Бомона». Мать Пьера, Клер де-Лонг, происходила из семьи юристов. Итак, Пьер Ферма́ принадлежал к третьему сословию.

Доминик Ферма́ дал своему сыну очень солидное образование. В колледже родного города Пьер приобрел хорошее знание языков: латинского, греческого, испанского, итальянского. Впоследствии он писал стихи на латинском, французском и испанском языках «с таким изяществом, как если бы он жил во времена Августа и провел большую часть своей жизни при дворе Франции или Мадрида».



Фермá славился как тонкий знаток античности, к нему обращались за консультацией по поводу трудных мест при изданиях греческих классиков. По общему мнению, он мог бы составить себе имя в области греческой филологии.

Но Фермá направил всю силу своего гения на математические исследования. И все же математика не стала его профессией. Ученые его времени не имели возможности посвятить себя целиком любимой науке. Виет был юристом и тайным советником французских королей, Декарт — офицером, Мерсенн и Кавальери — монахами. Фермá избирает юриспруденцию. Мы не знаем, в каком городе он изучал право. Эту честь оспаривают Тулуза и Бордо. Известно только, что степень бакалавра была ему присуждена в Орлеане. С 1630 года Фермá переселяется в Тулузу, где получает место советника в Парламенте (т. е. суде). О его юридической деятельности мы читаем в упоминавшемся уже «похвальном слове», что он выполнял ее «с большой добросовестностью и таким умением, что он славился как один из лучших юристов своего времени».

В 1631 году Фермá женился на своей дальней родственнице с материнской стороны — Луизе де-Лонг. У Пьера и Луизы было пятеро детей, из которых старший, Самюэль, стал поэтом и ученым. Ему мы обязаны первым собранием сочинений Пьера Фермá, вышедшим в 1679 году. Пьер Фермá скончался 12 января 1665 года во время одной из деловых поездок.

Вот перечень тех сухих фактов, которые мы знаем о жизни величайшего математика. К сожалению, Самюэль Фермá не оставил никаких воспоминаний об отце. Правда, жизнь ученого, как правило, бывает бедна внешними событиями. Основное ее содержание раскрывается только в творчестве, которое и составляет великий духовный подвиг ученого.

Что же осталось из произведений Фермá? Собрание сочинений, которое он неоднократно пытался написать, так и не было им создано. Да это и неудивительно при той напряженной работе в суде, которую ему пришлось выполнять. Ни одно из его сочинений не было опубликовано при жизни. Однако несколькими трактатам он придал вполне законченный вид и они стали известны в рукописи большинству современных

ему ученых (это были трактаты по аналитической геометрии, о максимумах и минимумах и о квадратуре парабол и гипербол, о которых мы будем говорить ниже). Кроме этих трактатов осталась еще обширная и чрезвычайно интересная переписка его.

В XVII веке, когда еще не было специальных научных журналов («Журнал ученых» был одним из первых, он начал выходить с 1665 года), переписка между учеными играла особую роль. В ней ставились задачи, сообщалось о методах их решения, обсуждались острые научные вопросы.

Корреспондентами Ферма́ были крупнейшие ученые его времени: Декарт, Этьен и Блез Паскали, де-Бесси, Гюйгенс, Торричелли, Валлис. Письма посылались либо непосредственно корреспонденту, либо в Париж аббату Мерсенну (соученику Декарта по колледжу); последний размножал их и посылал тем математикам, которые занимались аналогичными вопросами. Но письма ведь почти никогда не бывают только короткими математическими мемуарами. В них проскальзывают живые чувства авторов, которые помогают воссоздать их образы, узнать об их характере и темпераменте. Обычно письма Ферма́ были проникнуты дружелюбием. Но вот в 1637—1638 годах у него возникла бурная полемика с Декартом. Дело в том, что Пьер Ферма́ послал Мерсенну свой «Метод отыскания максимумов и минимумов», в котором он, по существу, находит производную и применяет ее также для определения касательной (см. об этом подробнее ниже). Декарт не понял метода и подверг его резкой и несправедливой критике. В одном из писем Декарт утверждал даже, что метод Ферма́ «содержит в себе паралогизм\*»). В июне 1638 года Ферма́ послал Мерсенну для пересылки Декарту новое, более подробное изложение своего метода. Письмо его сдержанно, но не без внутренней иронии. Он пишет: «Таким образом, обнаруживается, что либо я плохо объяснил, либо г. Декарт плохо понял мое латинское сочинение. Я все же пошлю ему то, что уже написал (т. е. свое объяснение.— *И. Б.*), и он, несомненно, найдет там вещи, которые помогут ему отказаться от мнения, будто я нашел этот метод случайно и его подлинные основа-

---

\*) То есть противоречие.



ния мне неизвестны». Ферма ни разу не изменяет своему спокойному тону. Он чувствует свое глубокое превосходство как математика, поэтому не входит в мелочную полемику, а терпеливо старается растолковать свой метод, как это сделал бы учитель ученику.

Широкой публике (даже далекой от математики) Ферма известен прежде всего благодаря Великой теореме, носящей его имя. Однако Ферма занимался не только наиболее любимой им теорией чисел, к области которой стносится эта теорема, но и математическими проблемами, стоявшими в центре внимания ученых XVII века, а именно, задачами определения максимумов и минимумов, нахождения касательных, вычислений площадей, центров тяжести, длины дуг кривых, короче, теми вопросами, которые мы сейчас относим к математическому анализу или дифференциальному и интегральному исчислению. И здесь Ферма принадлежат самые крупные результаты, предшествующие созданию дифференциального и интегрального исчисления Ньютоном и Лейбницем. Кроме того, Ферма первым пришел к идее координат и создал аналитическую геометрию. Он занимался также задачами теории вероятностей. Но Ферма не ограничивался одной только математикой, он занимался и физикой, где ему принадлежит открытие закона распространения света в средах. Ферма исходил из предположения, что свет пробегает путь от какой-либо точки в одной среде до некоторой точки в другой среде в наикратчайшее время. Применяв свой метод максимумов и минимумов, он нашел путь света и установил, в частности, закон преломления света. При этом Ферма высказал следующий общий принцип: «Природа всегда действует наиболее короткими путями», который может считать предвосхищением принципа наименьшего действия Мопертюи — Эйлера.

## АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Одной из первых математических работ Ферма было восстановление двух утерянных книг Аполлония «О плоских местах». Методы, которыми пользовался Аполлоний, мы бы сейчас отнесли к аналитической и проективной геометрии. Однако во времена Аполлония не было еще буквенной алгебры,

поэтому он записывал алгебраические формулы и уравнения кривых геометрически, с помощью так называемой геометрической алгебры. Например, наша формула  $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$  записывалась (и доказывалась) древними с помощью чертежа (рис. 1).

Основное отличие современных методов аналитической геометрии от методов Аполлония заключается в применении буквенной алгебры. И первый, кто понял, как следует применять новую алгебру к задачам геометрии, был Пьер Фермá. В 1636 году появилось в рукописи его сочинение

«Введение в изучение плоских и пространственных мест»\*), в котором последовательно строится аналитическая геометрия на плоскости. Еще при восстановлении книг Аполлония Фермá оценил преимущества метода координат и понял, что уравнение с одним неизвестным вполне определяет некоторую величину, уравнение с двумя неизвестными — геометрическое место на плоскости (кривую), уравнение с тремя неизвестными — множество точек в пространстве (поверхность). Свое «Введение» Фермá начинает с выбора в качестве осей координат двух прямых, пересекающихся друг друга под некоторым определенным углом (не обязательно прямым). Затем, в противоположность Аполлонию, он исходит не из геометрического образа, а из уравнения. По существу, он показывает, что любое уравнение первой степени между координатами представляет прямую линию, а уравнение второй степени — некое коническое сечение, причем отмечает условие, при котором соответствующее геометрическое место будет окружностью. Для приведения уравнения второй степени к одному из канонических видов, известных древним, Фермá

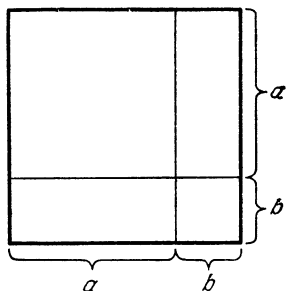


Рис. 1. Чертеж, иллюстрирующий способ записи формулы  $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$  и ее доказательство.

\*) Под «плоскими местами» Фермá, следуя древним, понимал прямые и окружности; под «пространственными местами» — конические сечения.

применяет преобразование координат. Все изложение Ферма строго последовательно.

Годом позже вышло в свет сочинение Декарта «Рассуждение о методе», последняя часть которого «Геометрия» была также посвящена аналитической геометрии. Это произведение затмило «Введение» Ферма, хотя с чисто математической точки зрения оно было написано менее систематично. Дело в том, что Декарт создал новое более удобное буквенное исчисление, которым мы пользуемся с незначительными изменениями и сейчас, тогда как Ферма применял быстро устаревшую алгебру Виета. Кроме того, Декарт представил новую алгебру вместе с координатным методом как «универсальную математику», общий метод для решения всех задач. Такая «реклама» способствовала популярности его произведения.

#### КВАДРАТУРА ПАРАБОЛ И ГИПЕРБОЛ. ВЫЧИСЛЕНИЕ ДЛИН КРИВЫХ

До Ферма систематические методы вычисления площадей разработал итальянский ученый Кавальери (1598—1647 годы). Он написал довольно толстую книгу «Геометрия неделимых» (1635 год), где вычислялась площадь, которую мы могли бы теперь

представить как  $\int_0^a x^2 dx$ . Впоследствии в работе

«Шесть геометрических этюдов» (1647 год) он вычислил аналогичные площади для парабол

$$\int_0^a x^n dx, \quad n = 3, 4, \dots, 9.$$

Но уже в 1642 году Ферма открыл метод вычисления площадей, ограниченных любыми «параболами», т. е. кривыми  $y = ax^{p/q}$  ( $p/q > 0$ ) и любыми «гиперболами»  $y = \frac{a}{x^{p/q}}$ . Изложение Ферма занимало

10 страниц. Для гипербол вида  $y^q x^p = a$  ( $p/q > 1$ ) Ферма вычислил впервые площадь неограниченной фигуры, расположенной между осью абсцисс, прямой  $x = x_0$  и ветвью гиперболы (рис. 2). Для этого ему

пришлось дважды совершать предельный переход. Таким образом, было показано, что площадь неограниченной фигуры может быть конечной.

Ферма́ одним из первых занялся задачей спрямления кривых, т. е. вычислением длины их дуг. Он сумел свести эту задачу к вычислению некоторых площадей. Так, он показал, что вычисление длины дуги параболы  $y^2 = 2px$  (от точки  $(0, 0)$  до некоторой точки  $(x_1, y_1)$ ) (рис. 3) сводится к нахождению площади фигуры, ограниченной гиперболой  $x^2 - y^2 = p$ , осью ординат, осью абсцисс и прямой  $y = y_1$  (рис. 4).

Таким образом, понятие «площади» у Ферма́ приобретало уже весьма абстрактный характер. К определению площадей сводились задачи на спрямление кривых, вычисление сложных площадей он сводил с помощью подстановок к вычислению более простых площадей. Оставался только шаг, чтобы перейти

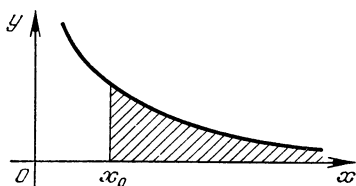


Рис. 2. К определению площади неограниченной фигуры между осью абсцисс, прямой  $x = x_0$  и ветвью «гиперболы».

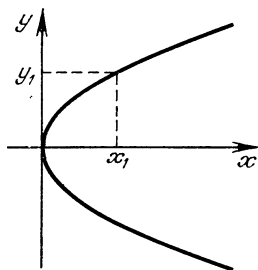


Рис. 3. К нахождению длины дуги параболы  $y^2 = 2px$ .

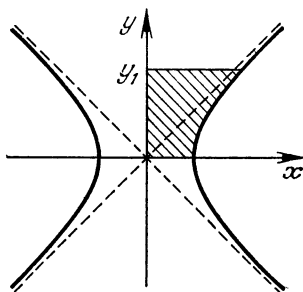


Рис. 4. К определению площади фигуры, ограниченной гиперболой  $x^2 - y^2 = p$ , осями абсцисс и ординат и прямой  $y = y_1$ .

от площади к еще более абстрактному понятию «интеграл», и этот шаг был сделан Ньютоном и Лейбницем уже после смерти Пьера Ферма́.

## МЕТОД МАКСИМУМОВ И МИНИМУМОВ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КАСАТЕЛЬНЫХ

Не позднее 1629 года Ферма́ открыл методы нахождения экстремумов и касательных, которые, с современной точки зрения, сводятся к отысканию производной. В конце 1636 года законченное изложение метода было передано Мерсенну и с ним могли познакомиться все желающие. Он сообщил о своем методе и в письме к Декарту (1638 год). Для нахождения экстремума многочлена  $F(x)$  Ферма́ предлагает следующее правило: 1) подставить в  $F(x)$  вместо  $x$  выражение  $x+h$ , 2) «приравнять в смысле Диофанта» (этот оборот Ферма́ не разъясняет)  $F(x)$  и  $F(x+h)$ :

$$F(x) \stackrel{D}{=} F(x+h) = \\ = F(x) + hA(x) + h^2B(x) + \dots + h^nQ(x),$$

3) после приведения подобных членов сократить на  $h$ , 4) положить  $h=0$ . В результате получится равенство  $A(x)=0$ . Ферма́ утверждает, что все значения  $x$ , при которых  $y=F(x)$  имеет максимум или минимум, заведомо являются корнями  $A(x)$ . Сама функция  $A(x)$ , которая получается по правилу Ферма́ чисто алгебраически (т. е. без предельного перехода), теперь называется производной от  $F(x)$  и обозначается  $F'(x)$ .

Вот один из примеров Ферма́: пусть надо разбить отрезок  $a$  на такие две части  $x$  и  $a-x$ , чтобы произведение  $x^2(a-x)$  принимало максимальное значение\*). Берем  $F(x+h)=(x+h)^2(a-x-h)$ . Приравниваем  $x^2(a-x)=x^2(a-x)+h(2ax-3x^2)+h^2(a-3x)+h^3$ . После приведения подобных членов и сокращения на  $h$  получаем

$$2ax - 3x^2 + h(a - 3x) + h^2 = 0.$$

Полагая  $h=0$ , имеем  $2ax - 3x^2 = 0$ , откуда  $x_1=0$  и  $x_2 = \frac{2}{3}a$ .

Как же Ферма́ обосновывал свое правило? Почему данный им «рецепт» всегда приводит к цели? Сам Ферма́ предложил несколько различных обоснований. Приведем одно из них в несколько модернизированном

---

\*) Этот максимум был найден еще Архимедом (III век до н. э.).

виде. Пусть многочлен  $F(x)$  достигает максимума \*) в точке  $x_0$ . Это значит, что при небольших  $h$  (предполагаем, что  $h > 0$ )  $F(x_0 + h) < F(x_0)$  и  $F(x_0 - h) < F(x_0)$  или, располагая члены  $F(x_0 \pm h)$  по степеням  $h$ , получаем систему:

$$F(x_0) + hA(x_0) + h^2B(x_0) + \dots + h^nQ(x_0) < F(x_0),$$

$$F(x_0) - hA(x_0) + h^2B(x_0) - \dots \pm h^nQ(x_0) < F(x_0);$$

отсюда

$$A(x_0) + hB(x_0) + \dots + h^{n-1}Q(x_0) < 0,$$

$$-A(x_0) + hB(x_0) - \dots \pm h^{n-1}Q(x_0) < 0.$$

Но при малых  $h$  знак суммы будет зависеть только от  $A(x_0)$ . Тогда из первого неравенства следует, что  $A(x_0) \leq 0$ , а из второго  $A(x_0) \geq 0$ . Итак, необходимо, чтобы  $A(x_0) = 0$ .

Ферма дал также общий метод для определения того, будет ли точка  $x$ , в которой  $A(x) = 0$ , точкой максимума, минимума или точкой перегиба функции  $y = F(x)$ . Метод был основан на рассмотрении второй производной. Заметим, что все методы Ферма были вполне строгими. После него математики отбросили требование строгости и перешли к некритическому оперированию с бесконечно малыми величинами, определить которые они не умели. Строгие методы в математическом анализе появились вновь только в начале прошлого века в работах Гаусса, Коши и Больцано.

Замечательно, что Ферма понял, что этот же метод лежит в основе нахождения касательных к кривым линиям. Он дал метод нахождения касательных, основанный на том же принципе, что и его метод экстремумов \*\*). Теперь в основе обоих методов лежит нахождение производной, которая для многочленов автоматически получается в методе Ферма.

Дальнейший успех методов определения «площадей», с одной стороны, и «методов касательных и экстремумов», с другой, состоял в установлении взаим-

---

\*) Для случая минимума рассуждение проводится совершенно аналогично.

\*\*) Для читателей, которые захотят познакомиться с трактатом Ферма «О максимумах и минимумах», сообщаем, что его перевод помещен в приложении к книге Декарта «Геометрия», с. 154—157.

ной связи этих методов. Есть указания на то, что Ферма уже видел эту связь, знал, что «задачи на площади» и «задачи на касательные» являются взаимно обратными. Но он нигде не развил свое открытие сколько-нибудь подробно. Поэтому честь его по праву приписывается Барроу, Ньютону и Лейбницу, которым это открытие и позволило создать дифференциальное и интегральное исчисления.

## ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

Если в описанных нами работах Ферма исследовал темы, которые были в центре внимания и многих других математиков его времени (Кеплера, Кавальери, Торричелли, Блеза Паскаля, Валлиса), то в теории чисел он был первооткрывателем. Никто из его современников и никто из математиков, живших после него (вплоть до Эйлера), не понимал ни значения поднятых им проблем, ни внутренней их связи.

От античности остались две большие работы, посвященные вопросам теории чисел: «Начала» Евклида (III век до н. э.) и «Арифметика» Диофанта (по-видимому, середина III века н. э.). В первой из них были обоснованы элементы арифметики целых чисел: доказан закон однозначности разложения целого числа в произведение простых множителей. Там же формулировалась теорема о том, что существует бесконечно много простых чисел.

«Арифметика» Диофанта до сих пор представляется одним из загадочных явлений в истории науки. По своему стилю она резко отличается от классических произведений Евклида, Архимеда и Аполлония. В ней не было и следа «геометрической алгебры», зато вводилась алгебраическая символика, а именно обозначения для неизвестного и первых его шести положительных и отрицательных степеней; кроме того, там были введены отрицательные числа и отличный знак для них, отвечающий нашему минусу. При решении задач под «числом» понималось не натуральное число, как это было до него, а любое рациональное. Из 13 книг, составлявших «Арифметику», до нас дошло шесть\*). Все они посвящены ре-

---

\*) Недавно были найдены еще четыре книги в переводе на арабский, которые приписываются Диофанту.

шению неопределенных уравнений в рациональных положительных числах. В этих книгах нет теорем теории чисел в собственном смысле слова, однако, при решении задач иногда приходилось накладывать ограничения на те или иные целые числа, входящие в условие задачи. По существу, каждое такое «ограничение» представляло теорему теории чисел.

Долгое время эта замечательная книга не была известна в Европе. Но в XVI веке рукопись ее нашли в библиотеке Ватикана и в конце того же века был издан ее латинский перевод (со множеством «темных мест», так как переводчик не был знаком с математикой). В 1621 году вышел новый перевод Баше Де-Мезириака, в котором приводился параллельный греческий текст и комментарии Баше. Эта книга и сделалась настольной для Фермá. Многие замечательные теоремы он почерпнул из нее, на другие его наводили размышления по поводу некоторых задач и он записывал свои мысли и открытия на полях этой книги. Впоследствии все эти замечания были изданы \*). Они составляют значительную часть его наследия по теории чисел. Другие его результаты в этой области сформулированы в письмах. Обычно он ставил их в виде проблем перед другими математиками.

Сам Фермá писал: «Арифметика имеет свою собственную область, теорию целых чисел; эта теория была лишь слегка затронута Евклидом и не была достаточно разработана его последователями (если только она не содержалась в тех книгах Диофанта, которых нас лишило разрушительное действие времени); математики, следовательно, должны ее развить или возобновить».

Несмотря на отсутствие доказательств (из них дошло только одно), трудно переоценить значение творчества Фермá в области теории чисел. Ему одному удалось выделить из хаоса задач и частных вопросов, сразу же возникающих перед исследователем при изучении свойств целых чисел, основные проблемы, которые стали центральными для всей классической теории чисел. Ему же принадлежит открытие мощного общего метода для доказательства теорети-

---

\*) Теперь они имеются в переводе на русский язык в комментариях к «Арифметике» Диофанта.



ко-числовых предложений — так называемого метода неопределенного или бесконечного спуска (о котором мы скажем ниже). Поэтому Ферма по праву может считаться основоположником теории чисел.

#### ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ЧИСЕЛ КВАДРАТИЧНЫМИ ФОРМАМИ

Ферма поставил вопрос об определении вида целых чисел, которые представляются суммой двух квадратов, т. е. формой

$$x^2 + y^2, \quad (1)$$

где  $x, y$  — целые. К этому вопросу его привела одна из задач Диофанта. В ней были сформулированы условия, которым должно удовлетворять число  $N$ , чтобы оно представлялось формой (1).

Однако переписчики, не понимая смысла этих условий, неправильно их воспроизводили. Ко времени Ферма текст был безнадежно испорчен и чтобы его восстановить, ему пришлось решать задачу заново.

Заметим, что если мы будем рассматривать все целые числа подряд, то очень трудно уловить закон, который позволил бы нам судить о том, представимы ли они формой (1). Читатель легко докажет, что числа вида  $4n+3$  нельзя представить в виде формы (1). С другой стороны, числа вида  $4n+1$  могут быть как представимыми (например,  $5 = 1^2 + 2^2$ ), так и непредставимыми (например, 21) в этой форме. Ферма догадался, что надо сначала исследовать, какие простые числа представимы формой (1). Для простых чисел он открыл следующий замечательный закон (который впоследствии получил имя первого дополнения к закону взаимности): все простые числа вида  $4n+1$  (т. е. числа 5, 13, 17, 29...) можно представить в виде суммы двух квадратов и притом единственным образом. Это предложение доказать совсем непросто. Доказательство самого Ферма до нас не дошло. Никто из его современников не сумел его провести. Первое доказательство было дано только Эйлером.

Установив закон представимости для простых чисел, Ферма уже легко доказал, что число  $N$  тогда и только тогда представимо формой (1), когда в его

разложении на простые множители никакое простое число вида  $4n + 3$  не входит в нечетной степени. Путеводной нитью для него послужило утверждение Диофанта о том, что произведение двух чисел, представимых формой (1), также представимо, и притом двумя различными способами, формой (1):

$$(x^2 + y^2)(u^2 + v^2) = (xu - yv)^2 + (xv + yu)^2 = \\ = (xu + yv)^2 + (xv - yu)^2. \quad (2)$$

От формы (1) Ферма перешел к рассмотрению форм  $x^2 + 2y^2$ ,  $x^2 - 2y^2$ ,  $x^2 + 3y^2$ . Он нашел вид простых чисел, представимых каждой из этих форм. Для формы  $x^2 + 2y^2$  это будут простые числа вида  $8n + 1$  и  $8n + 3$ . Простые же числа вида  $8n + 5$  и  $8n + 7$  такой формой не представляются. Это предложение получило название второго дополнения к закону взаимности. Оно было доказано Лагранжем (1736—1813).

Эти проблемы Ферма положили начало плодотворным исследованиям Эйлера, Лагранжа, Лежандра, а также Гаусса, который подвел итог всему предшествующему развитию и создал в начале прошлого века стройную и прекрасную теорию квадратичных форм (т. е. форм вида  $ax^2 + 2bxy + cy^2$ ).

#### УРАВНЕНИЕ ПЕЛЛЯ $y^2 = 1 + ax^2$

Такое уравнение, где  $a$  — натуральное число, не являющееся точным квадратом, рассматривали еще в древности. В новое время им заинтересовался Ферма. Он уже четко различал два вопроса, связанные с ним:

1) дать регулярный способ нахождения наименьшего положительного решения этого уравнения;

2) найти рекуррентные формулы для нахождения любого решения, исходя из наименьшего.

В феврале 1657 года в письме к английским математикам, которое получило название «второго вызова математикам» («первый вызов» был отправлен в Англию в январе того же года), Ферма предложил доказать, что уравнение  $ax^2 + 1 = y^2$  имеет бесконечно много решений. Он предложил дать решение при  $a$ , равном 109, 149 и 433. Эти значения он взял потому,

что наименьшее положительное решение уравнения  $ax_0^2 + 1 = y_0^2$  при таких значениях  $a$  столь велико, что его нельзя найти подбором. Нужно владеть регулярным методом его нахождения.

Математические вызовы в то время имели немалое значение для поддержания чести нации. Так, в конце «первого вызова» Фермá писал:

«Я жду решения этих вопросов; если оно не будет дано ни Англией, ни Бельгийской или Кельтской Галлией, то это будет сделано Нарбонской Галлией...».

Второй вызов повлек за собой весьма интересную переписку между Фермá и английскими математиками: лордом Броункером, сэром Дигби и Джоном Валлисом, профессором математики в Оксфорде. В ней приняли участие также де Бесси и ван Схоутен, профессор математики в Лейдене. По инициативе Валлиса вся переписка была издана в 1658 году (она помещена в переводе на французский язык в собрании сочинений Фермá, т. III). Уравнение Пелля вызвало страстные споры и резкие выпады.

Мы не можем здесь входить в подробности всех удачных и неудачных приемов и методов, примененных к уравнению Пелля. Скажем только, что Броункер, по-видимому, первый пришел к мысли, что для нахождения наименьшего решения надо разложить  $\sqrt{a}$  в непрерывную дробь и рассмотреть подходящие дроби к ней. Впоследствии этим уравнением занялся Эйлер, который утверждал, что непрерывная дробь для  $\sqrt{a}$ , где  $a$  — неквадратное натуральное число, всегда будет периодической. Полное доказательство этого и окончательный анализ уравнения Пелля принадлежит Лагранжу.

### МАЛАЯ ТЕОРЕМА ФЕРМÁ

В письме к де-Бесси от 18 октября 1640 года Фермá высказал следующее утверждение: если число  $a$  не делится на простое число  $p$ , то существует такой показатель  $\lambda$ , что  $a^\lambda - 1$  делится на  $p$ , причем  $\lambda$  является делителем  $p - 1$ . В частности,  $a^{p-1} - 1$  всегда делится на  $p$ . Это утверждение получило название малой теоремы Фермá. Оно является основным во всей элементарной теории чи-

сел. Эйлер дал этой теореме несколько различных доказательств. Одно из них показывает, как тесно связана эта теорема с теорией групп. Кроме того, Эйлер обобщил малую теорему на случай, когда модуль  $p$  представляет собой не простое, а любое целое, взаимно простое с  $a$ .

В поисках критерия для простоты числа Ферма от чисел вида  $a^\lambda - 1$  перешел к числам вида  $a^\lambda + 1$ . Исследуя числа  $2^\lambda + 1$ , он заметил, что если  $\lambda = 2^k$ , то при  $k = 1, 2, 3, 4$  выражение  $2^\lambda + 1$  дает простые числа. Он предположил, что то же будет иметь место и при любом  $k$ . Это опроверг Эйлер, показав, что  $2^{2^5} + 1$  делится на 641.

### ВЕЛИКАЯ ТЕОРЕМА ФЕРМА И «МЕТОД СПУСКА»

В задаче 8 второй книги своей «Арифметики» Диофант поставил задачу представить данный квадрат  $a^2$  в виде суммы двух рациональных квадратов. На полях, против этой задачи, Ферма написал:

«Наоборот, невозможно разложить ни куб на два куба, ни биквадрат на два биквадрата и вообще никакую степень, большую квадрата, на две степени с тем же показателем. Я открыл этому поистине чудесное доказательство, но эти поля для него слишком узки». Это и есть знаменитая Великая теорема. Или в современных обозначениях, уравнение

$$x^n + y^n = z^n \quad (3)$$

не имеет решения в целых числах (а значит, и в рациональных) при  $n > 2$  и  $xyz \neq 0$ .

Заметим, что в своих письмах Ферма неоднократно предлагал доказать ее различным математикам, но никогда в таком общем виде, а только для  $n = 3$  и 4.

Теорема эта имела удивительную судьбу. В прошлом веке ее исследования привели к построению наиболее тонких и прекрасных теорий, относящихся к арифметике алгебраических чисел. Без преувеличения можно сказать, что она сыграла в развитии теории чисел не меньшую роль, чем задача решения уравнений в радикалах. С той только разницей, что последняя уже решена Галуа, а Великая теорема до сих пор побуждает математиков к исследованиям.

С другой стороны, простота формулировки этой теоремы и загадочные слова о «чудесном доказательстве» ее привели к широкой популярности теоремы среди не-математиков и к образованию целой корпорации «ферматистов», у которых, по словам Дэвенпорта, «смелость значительно превосходит их математические способности». Поэтому Великая теорема стоит на первом месте по числу данных ей неверных доказательств.

Сам Фермá оставил доказательство Великой теоремы для четвертых степеней (в своих замечаниях к «Арифметике» Диофанта). В своем доказательстве он применил «метод неопределенного или бесконечного спуска», который он описывал в своем письме к Каркави (август 1659 года) следующим образом:

«Если бы существовал некоторый прямоугольный треугольник в целых числах, который имел бы площадь, равную квадрату, то существовал бы другой треугольник, меньший этого, который обладал бы тем же свойством. Если бы существовал второй, меньший первого, который имел бы то же свойство, то существовал бы в силу подобного рассуждения, третий, меньший второго, который имел бы то же свойство, и, наконец, четвертый, пятый, спускаясь до бесконечности. Но, если задано число, то не существует бесконечности по спуску меньших его (я все время подразумеваю целые числа). Откуда заключают, что не существует никакого прямоугольного треугольника с квадратной площадью». Именно этим методом были доказаны многие предложения теории чисел и, в частности, с его помощью Эйлер доказал Великую теорему для  $n = 4$  (способом, несколько отличным от способа Фермá), а спустя 20 лет и для  $n = 3$ . Дело в том, что последнее доказательство он смог провести только с помощью совершенно новых идей, а именно обобщения понятия целого числа. Мы привыкли связывать это понятие только с натуральными числами, однако, оказалось, что есть и другие математические объекты, которые ведут себя как целые числа. Среди таких объектов можно выделить «простые числа» и развить арифметику, аналогичную обычной. Такие числа называются теперь целыми алгебраическими. Эйлер рассмотрел целые алгебраические числа  $m + n\sqrt{-3}$ . В прошлом веке Куммер, зани-

маясь Великой теоремой Ферма́, построил арифметику для целых алгебраических чисел определенного вида. Это позволило ему доказать Великую теорему для некоторого класса простых показателей  $n$ . В настоящее время справедливость Великой теоремы проверена для всех показателей  $\leq 5500$ .

Отметим также, что Великая теорема связана не только с алгебраической теорией чисел, но и с алгебраической геометрией, которая сейчас интенсивно развивается.

Приведем в заключение сводку результатов Ферма́ по теории чисел, приведенную им в упомянутом письме к Каркави, который после смерти Мерсенна занял его место в кружке парижских математиков:

1. Не существует прямоугольного треугольника в числах, площадь которого была бы квадратом.

2. Нет куба, который разбивался бы на два куба.

3. Уравнение  $x^2 + 2 = y^3$  имеет единственное решение в целых числах  $x=5$ ,  $y=3$ .

4. Уравнение  $x^2 + 4 = y^3$  имеет только два решения в целых числах  $x=2$ ,  $y=2$  и  $x=11$ ,  $y=5$ .

5. Система уравнений

$$\left. \begin{aligned} x &= 2y^2 - 1, \\ x^2 &= 2z^2 - 1 \end{aligned} \right\}$$

имеет только два решения в целых числах:  $x=y=z=1$  и  $x=7$ ,  $y=2$ ,  $z=5$ .

В том же письме утверждается, что каждое целое число может быть представлено суммой не более четырех квадратов. Это доказал Лагранж.

Приведем заключительные строки этого письма, которое получило название «завещание Ферма»:

«Быть может, потомство будет признательно мне за то, что я показал ему, что Древние не все знали, и это может проникнуть в сознание тех, которые придут после меня для передачи факела сыновьям, как говорит великий канцлер Англии, следуя чувствам которого, я добавлю: «Многие будут приходить и уходить, а наука обогащается.»

*Бурбаки Н.* Элементы математики: Очерки по истории математики. — М.: 1963, кн. 8.

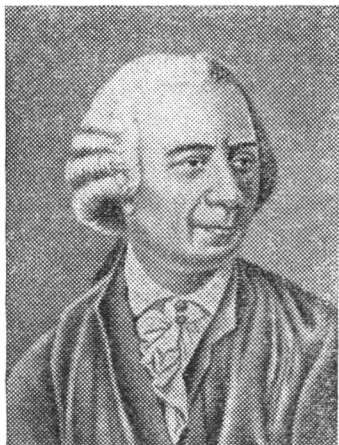
История математики с древнейших времен до начала XIX столетия. — М.: 1970, т. 2.

## ЛЕОНАРД ЭЙЛЕР (1707—1783)

Б. Н. Делоне

За время существования Академии наук в России, видимо, самым знаменитым ее членом был математик Леонард Эйлер. В этой статье мы рассказываем о его жизни и некоторых его математических работах.

XVII век был для математики необычным веком. Декарт и Ферма создали аналитическую геометрию, а Ньютон и Лейбниц — дифференциальное и интегральное исчисления. Эти два величайших достижения математики подняли человечество на существенно новую научную ступень. Открылась возможность решать задачи, совершенно не доступные прежним эпохам. Методы, развитые в интегральном и дифференциальном исчислениях, позволили решать задачу о касательной, о максимумах и минимумах исследуемой переменной величины, о кривизне линии в разных ее точках, а после того как Ньютону и Лейбницу удалось доказать знаменитую теорему анализа, связывающую дифференциальное и интегральное исчисления, оказалось возможным вычислять площади, объемы, находить центры тяжести таких фигур, для



которых до того нельзя было и мечтать это сделать. После всех этих достижений наиболее глубокие дальнейшие результаты в области анализа принадлежат Якову Бернулли, его младшему брату Иоганну и сыновьям Иогана — Николаю и Даниилу Бернулли, швейцарцам из небольшого города Базеля на Рейне.

Но первым, кто в своих работах стал возводить последовательное здание анализа бесконечно ма-

лых, был ученик Иоганна Бернулли — Леонард Эйлер. Только после его исследований, изложенных в грандиозных томах его трилогии «Введение в анализ», «Дифференциальное исчисление» и «Интегральное исчисление», анализ стал вполне связной наукой — одним из самых глубоких научных достижений человечества.

### БИОГРАФИЯ Эйлера

Эйлер родился в швейцарском городе Базеле в 1707 году. В 13 лет Эйлер поступил на факультет искусств Базельского университета. Среди других предметов на этом факультете изучались элементарная математика и астрономия, которые преподавал Иоганн Бернулли. Вскоре Бернулли заметил талантливость юного слушателя и начал заниматься с ним отдельно. Эйлер стал бывать в доме своего учителя, и между ним и сыновьями Иоганна Бернулли — Николаем и Даниилом — возникла дружба, сыгравшая очень большую роль в жизни Эйлера.

Когда в 1724 году по указу Петра I была организована Академия наук в Петербурге, из-за недостатка собственных ученых было решено привлечь зарубежных специалистов; перспектива работы в новом крупном центре науки и образования была для многих весьма заманчивой. В числе первых получили приглашение несколько математиков — видный последователь Лейбница Я. Герман, преподававший в университете Франкфурта-на-Одере, а также молодые Николай и Даниил Бернулли — друзья Эйлера. Осенью 1725 года все трое базельцев были уже в Петербурге. В своей автобиографии Эйлер рассказывает, что он «преисполнился невыразимым желанием поехать вместе с ними в 1725 году в Петербург». Друзья исхлопотали приглашение Эйлера на вакантную должность.

В Петербурге имелись самые благоприятные условия для расцвета гения Эйлера: материальная обеспеченность, возможность заниматься любимым делом, наличие ежегодного журнала для публикации трудов. Здесь же работала самая большая тогда в мире группа специалистов в области математических наук, в которую входили, кроме упомянутых Я. Германа и Д. Бернулли (его брат Николай скончался в 1726 году), разносторонний Х. Гольдбах, с которым



Эйлера связывали общие интересы к теории чисел и другим вопросам, автор работ по тригонометрии Ф. Х. Майер, астроном и географ Ж. Н. Делиль, математик и физик Г. В. Крафт и другие. С этого времени Петербургская Академия стала одним из главных центров математики в мире.

Открытия Эйлера, которые благодаря его оживленной переписке нередко становились известными задолго до издания, делают его имя все более широко известным. Улучшается его положение в Академии наук: в 1727 году он начал работу в звании адъюнкта, то есть младшего по рангу академика; в 1731 году он стал профессором физики, т. е. действительным членом Академии, а в 1733 году получил кафедру высшей математики, которую до него занимал Д. Бернулли, возвратившийся в этом году в Базель. Рост авторитета Эйлера нашел своеобразное отражение в письмах к нему его учителя И. Бернулли. В 1728 году Бернулли обращается к «ученейшему и даровитейшему юному мужу Леонарду Эйлеру», в 1737 году — к «знаменитейшему и остроумнейшему математику», а в 1745 году — к «несравненному Леонарду Эйлеру — главе математиков» \*).

...В конце 1740 года власть в России попала в руки регентши Анны Леопольдовны и ее окружения. В столице сложилась тревожная обстановка. В это время прусский король Фридрих II задумал возродить основанное еще Лейбницем Общество наук в Берлине, долгие годы почти бездействовавшее. Через своего посла в Петербурге король пригласил Эйлера в Берлин. Эйлер, считая, что «положение начало представляться довольно неуверенным», приглашение принял.

Покинув Петербург, Эйлер сохранил самую тесную связь с русской Академией наук, в том числе официальную: он был назначен почетным членом, и ему была определена крупная ежегодная пенсия, а он, со своей стороны, взял на себя обязательства в отношении дальнейшего сотрудничества. Он закупал для нашей Академии книги, физические и астрономические приборы, подбирая в других странах

---

\*) За эти интересные сведения я горячо благодарю Адольфа Павловича Юшкевича.

сотрудников, сообщая подробнейшие характеристики возможных кандидатов, редактировал математический отдел академических записок, выступал как арбитр в научных спорах между петербургскими учеными, присылал темы для научных конкурсов, а также информацию о новых научных открытиях и т. д.

Из Берлина Эйлер, в частности, вел переписку с Ломоносовым, в творчестве которого он высоко ценил счастливое сочетание теории с экспериментом. В 1747 году он дал блестящий отзыв о присланных ему на заключение статьях Ломоносова по физике и химии, чем немало разочаровал влиятельного академического чиновника Шумахера, крайне враждебно относившегося к Ломоносову.

Эйлер пробыл в Берлине 25 лет и так же напряженно работал, как в Петербурге. Однако обострение отношений с королем Пруссии Фридрихом II (который, хотя и преклонялся перед Вольтером и французской культурой, но, по существу, был типичным солдафоном) привело к тому, что Эйлер в 1766 году решил вернуться в Петербургскую Академию наук, где он был встречен с величайшим почетом и устроен так хорошо, как только было можно.

Последние 16 лет жизни Эйлер опять жил в Петербурге. Там он и умер в 1783 году.

Эйлер отличался несравненной работоспособностью и за свою жизнь написал около 900 научных работ, и это несмотря на то, что он потерял один глаз в возрасте 31 года и почти ослеп на второй в 66 лет.

Нет ученого, имя которого упоминалось бы в учебной математической литературе столь же часто, как имя Эйлера. Достаточно открыть 29 том третьего издания Большой Советской Энциклопедии на страницах 574—577, чтобы найти сведения о шестнадцати формулах, уравнениях, интегралах и т. д., носящих имя Эйлера. В учебниках для высшей школы их еще больше, а многие введенные им в обиход теоремы и методы давно перестали связывать с чьим-либо именем. Даже в средней школе логарифмы и тригонометрию изучают до сих пор в значительной степени «по Эйлеру».

Кроме математики, Эйлер занимался также многими другими, в том числе и совсем прикладными вопросами — оснасткой корабля, картографией, механикой, астрономией, физикой, диоптрикой. Но все же главные достижения Эйлера относятся к математике.

Полное собрание сочинений Эйлера рассчитано на 72 тома (вышло уже 62 больших тома). 30 из них посвящено математике, 31 содержит его работы по механике и астрономии. 11 будут содержать работы по физике и другим предметам. В процентном отношении работы по математике распределяются (по объемам, а это дает лучшую характеристику, чем по числу работ, так как работы чрезвычайно отличаются по размерам) так: анализ — 60%, геометрия — 17%, теория чисел — 13%, алгебра — 7%, теория вероятностей — 3%.

Внутри анализа особенно большое место занимают работы по интегральному исчислению — 33%; дифференциальным уравнениям посвящено 25%, рядам — 22% и вариационному исчислению — 11%. В остальные 9% входят том «Дифференциальные исчисления» и первый том «Введения в анализ бесконечно малых». В целом эта статистика довольно верна.

Перейдем теперь к разбору некоторых математических работ Эйлера.

#### РАБОТЫ ЭЙЛЕРА ПО ТЕОРИИ ЧИСЕЛ

После работ древнегреческого математика Диофанта уже в новое время (в 1600-е годы) французский математик, советник суда в Тулузе, Пьер Ферма рассмотрел ряд глубоких задач элементарной теории чисел и сообщил полученные им результаты, но по обычаю того времени скрыл их доказательства. Эйлер нашел доказательства всех теорем Ферма, показал неверность одной из них, а знаменитую Великую теорему Ферма, не доказанную и не опровергнутую до сих пор, о целых решениях уравнения  $x^n + y^n = z^n$ , доказал для  $n = 3$  и  $n = 4$ .

Эйлер начал последовательно строить элементарную теорию чисел. Он начал с теории степенных вычетов. Эта теория исследует остатки (вычеты), которые получаются, если делить степени фиксированного

натурального числа  $a$  на простое число  $p$  (модуль), не являющееся делителем  $a$ . Оказывается, вычет  $a^{p-1}$  всегда равен единице. (Это так называемая малая теорема Ферма. Эйлер дал и ее доказательство.) Но  $a^m$  при делении на  $p$  может дать остаток, равный единице, и при  $m$ , меньшем  $p-1$ . Тогда  $m$  есть делитель  $p-1$  и вычеты степеней  $a$  до  $p-1$ -й повторяются периодически. Особенно важны те значения  $a$ , для которых при делении на  $p$  остаток равен 1 только при показателе, равном  $p-1$ , а не при меньших. Их Эйлер назвал первообразными корнями  $p$ . Для таких значений  $a$  степени  $a, a^2, a^3, \dots, a^{p-1}$  дают все  $p-1$  различных ненулевых возможных остатков по модулю  $p$ . Если два числа  $b$  и  $c$  имеют такие же вычеты, как  $a^b$  и  $a^c$ , то  $b$  и  $c$  называются индексами чисел  $b$  и  $c$ . При умножении  $b$  на  $c$  индексы складываются (т. е. получается аналогия с теорией логарифмов).

Далее Эйлер занялся квадратичными вычетами. Назовем  $a$  квадратичным вычетом простого числа  $p$ , если вычет  $a$  такой же, как у некоторого квадрата. Все вычеты разбиваются на две совокупности: квадратичные вычеты и квадратичные невычеты  $p$  (при  $p > 2$  их равное число, нулевой вычет не рассматривается).

Если  $a$  — произведение нескольких сомножителей, то квадратичная вычетность или невычетность  $a$  по модулю  $p$  зависит от того, какое число его сомножителей невычеты. Если это число нечетно, то  $a$  — невычет, если четно — вычет. Самый трудный вопрос, связанный с квадратичными вычетами, — найти при фиксированном  $a$  вид тех простых чисел  $p$ , для которых  $a$  является квадратичным вычетом. Эйлер заметил, что это те  $p$ , которые находятся в некоторых определенных арифметических прогрессиях, зависящих от  $a$ . Это так называемый квадратичный закон взаимности.

Эйлер также много лет занимался решением неопределенных уравнений второй степени с двумя неизвестными. Еще Ферма в 1651 году предложил всем математикам мира показать, что при целом положительном  $A$ , не являющемся квадратом, неопределенное уравнение  $x^2 - Ay^2 = 1$  (его теперь называют уравнением Пелля) имеет бесконечно много решений  $(x, y)$  в целых числах. Эйлер исследовал об-

щее неопределенное уравнение  $ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$ , где  $a, b, c, d, e$  и  $f$  — целые числа и  $x$  и  $y$  также ищутся целые.

Такие же уравнения первой степени  $ax + by + c = 0$  были решены еще в древности: если  $c$  делится на наибольший общий делитель  $a$  и  $b$ , то такое уравнение всегда имеет бесконечно много решений.

Эйлер понял, что для уравнения второй степени задача, поставленная Ферма, сводится к доказательству того, что квадратный корень из натурального числа  $A$  (если  $A$  не квадрат) всегда разлагается в периодическую непрерывную дробь

$$\sqrt{A} = a_1 + \frac{1}{a_2 + \frac{1}{a_3 + \dots}}.$$

Очень большую роль в упорядочивании элементарной теории чисел сыграла и введенная Эйлером функция  $\phi(n)$ , равная числу чисел, меньших  $n$  и взаимно простых с  $n$ .

Во всех этих трех фундаментальных вопросах (которые больше двух столетий после Эйлера и составляли основной объем элементарной теории чисел) — степенные вычеты, закон взаимности, решение неопределенного уравнения второй степени — Эйлер ушел очень далеко, однако во всех трех его постигла неудача: существование первообразного корня для всякого  $p$  доказал Гаусс, и как доказал! Закон взаимности тоже доказал Гаусс, причем дал шесть разных, но, правда, весьма трудных доказательств. Периодичность разложения  $\sqrt{A}$  доказал Лагранж в 1768 году, и тем самым, как это ранее показал уже Эйлер, решил общее уравнение второй степени и, в частности, уравнение Пелля. Эта работа Лагранжа, несомненно, является бриллиантом в короне славы Лагранжа как математика. Она имела в дальнейшем целый ряд замечательных обобщений, над которыми работают еще и сейчас.

В переписке Эйлера с его другом академиком Петербургской Академии наук Гольдбахом находятся две знаменитые «задачи Гольдбаха»: доказать, что всякое нечетное натуральное число есть сумма трех простых чисел, а всякое четное — двух. Первое из этих утверждений было при помощи весьма замеча-

тельного метода доказано уже в наше время (1937 год) академиком И. М. Виноградовым, а второе не доказано до сих пор.

Эйлеру принадлежит инициатива создания и второй части теории чисел — аналитической теории чисел, в которой глубочайшие тайны целых чисел, например, распределение простых чисел в ряду всех натуральных чисел, получаются из рассмотрения свойств некоторых аналитических функций.

Эйлер первый начал рассматривать функцию дзета  $\zeta(s) = \sum \frac{1}{n^s}$ , где сумма берется по всем натуральным числам  $n$ . Он доказал знаменитую формулу

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s} = \prod \frac{1}{1 - \frac{1}{p^s}},$$

где  $\prod$  обозначает произведение, которое берется по всем простым числам  $p$ . Из этой формулы он получил новое аналитическое доказательство бесконечности числа простых чисел, из нее же он вывел (правда, без достаточно строгого обоснования) приближенное равенство

$$\sum_{p \leq x} \frac{1}{p} \approx \ln \sum_{n \leq x} \frac{1}{n}$$

(здесь  $p$ , как и выше, — простые числа, а  $n$  — целые).

Из этого равенства возник наиболее сильный в настоящее время метод исследования закона распределения простых чисел в натуральном ряде чисел и в прогрессиях. С его помощью П. Л. Чебышев впоследствии установил, как ведет себя функция  $\pi(x)$  — число простых чисел  $p$ , не превышающих числа  $x$ , при  $x$ , стремящемся к бесконечности, а Адамар, используя глубочайшие соображения Римана о поведении  $\zeta(s)$  в комплексной плоскости, доказал предельный закон:

$$\pi(x) : \frac{x}{\ln x} \rightarrow 1.$$

Созданная Эйлером аналитическая теория чисел продолжает свое развитие и в наши дни. Один из самых глубоких в ней методов создан в 1934 году академиком И. М. Виноградовым.

Эйлер также интересовался вопросом арифметической природы чисел. От него идет постановка Гольдбахом вопроса о трансцендентности чисел  $\alpha^\beta$ , где  $\alpha$  и  $\beta$  — алгебраические числа \*). Эта задача была решена уже в наше время (1930 год) членом-корреспондентом Академии наук СССР А. О. Гельфондом.

В работах Эйлера по теории чисел поражает не только глубина идей и тонкость методов, но и то, что он никогда не останавливался перед вычислительными трудностями задачи.

Большая часть работ Эйлера по теории чисел, напечатанных в разных академических изданиях, была затем собрана в издании его ученика Фусса под названием «Собрание арифметических исследований».

## РАБОТЫ ЭЙЛЕРА ПО ГЕОМЕТРИИ

Всех работ Эйлера по геометрии 75, и они занимают три тома полного собрания его сочинений. Часть из них хотя и любопытна, но не очень важна. Некоторые же просто составили эпоху. Во-первых, Эйлера надо считать одним из зачинателей исследований по геометрии в пространстве вообще. Он первый дал связное изложение аналитической геометрии в пространстве (во «Введении в анализ») и, в частности, ввел так называемые углы Эйлера, позволяющие изучать повороты тела вокруг точки.

В работе 1752 года «Доказательство некоторых замечательных свойств, которым подчинены тела, ограниченные плоскими гранями», Эйлер дал доказательство того, что у выпуклого многогранника с  $B$  вершин,  $P$  ребер и  $G$  граней эти числа всегда связаны соотношениями  $B - P + G = 2$ . Это в некотором смысле первая в истории математики крупная теорема топологии \*\*) (самой глубокой части геометрии),

---

\*) Напомним, что число  $\alpha$  называется алгебраическим, если оно является корнем некоторого уравнения

$$a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_n = 0,$$

где все числа  $a_0, a_1, \dots, a_n$  — целые. Неалгебраические числа называются трансцендентными.

\*\*) Топология изучает свойства фигур, не меняющиеся, если фигуру можно как угодно растягивать, сжимать и изгибать, но нельзя склеивать и рвать.

которая (в несколько более общем виде) не утратила значения до сих пор.

В работе «Исследование о кривизне поверхностей» (1760 год) Эйлер рассматривает вопрос, до того никем подробно не изучавшийся. Ответ на вопрос о том, какова изогнутость линии на плоскости в данной ее точке, состоит просто в нахождении радиуса такой окружности, которая так же изогнута. Он был решен Ньютоном. Этот радиус равен  $R = \frac{[1 + (y')^2]^{1/2}}{y''}$ , где  $y = f(x)$  — уравнение линии, а  $y'$  и  $y''$  — ее первая и вторая производные в этой точке.

Для поверхности все гораздо сложнее. Метод исследования этого вопроса очень характерен для Эйлера. Пусть  $M$  — точка поверхности. Он сначала находит формулу для радиуса кривизны  $R$  в точке  $M$  для кривой, получающейся сечением поверхности совсем произвольной плоскостью, проходящей через  $M$ . Формула получается сложной. Затем он рассматривает только нормальные сечения — такие, когда секущая плоскость проходит через нормаль (т. е. через перпендикуляр) в  $M$  к плоскости, касающейся поверхности в точке  $M$ . Формула становится проще. Наконец, он обнаруживает, что есть такие два взаимно перпендикулярных («главных») нормальных сечения, радиусы кривизны для которых  $R_1$  и  $R_2$  — наибольший и наименьший. При их помощи получается уже совсем простая формула для радиуса кривизны любого нормального сечения.

Работа 1769 года «Об ортогональных траекториях» Эйлера содержит блестящие соображения о получении с помощью функции комплексной переменной из уравнений двух взаимно ортогональных семейств кривых на поверхности (т. е. таких линий, как меридианы и параллели на сфере) бесконечного числа других взаимно ортогональных семейств. Работа эта в истории математики оказалась очень важной. В следующей работе 1771 года «О телах, поверхность которых может быть развернута в плоскость» Эйлер доказывает знаменитую теорему о том, что любая поверхность, которую можно получить, лишь изгибая плоскость, но не растягивая ее и не сжимая (как лист бумаги, который легко изгибается, но почти нерастяжим), если она не коническая и не



цилиндрическая (т. е. не получается движением образующей прямой, проходящей постоянно через одну точку или параллельно самой себе), представляет собой совокупность касательных к некоторой пространственной кривой (ее ребру возврата).

Столь же замечательны работы Эйлера по картографическим проекциям.

В заключение описания геометрических работ Эйлера мы вполне присоединяемся к высказыванию немецкого математика Коммереля: «Слава и заслуги Гаусса не пострадают, если мы укажем на то, что ряд мыслей и методов, которые Гаусс так блестяще использовал в «Disquisitiones generales» (правда, частично лишь в специальной форме или лишь неполно формулированные), имеется уже у Эйлера. Речь идет, например, о сферическом отображении (когда куску поверхности ставится в соответствие кусок сферы радиуса 1, состоящий из всех таких точек, в которых радиусы этой сферы параллельны нормальям к поверхности в точках этого ее куска), о задании поверхности в параметрической форме, совпадении линейных элементов как условия наложения при изгибании, об исследовании геодезических линий (т. е. кратчайших линий на поверхности между двумя ее точками) при помощи угла, который они образуют с кривыми некоторого семейства на поверхности, и другие».

Можно себе представить, каким откровением для математиков той эпохи явились хотя бы работы Эйлера о кривизне поверхностей и о разворачивающихся поверхностях. Работы же, в которых Эйлер исследует отображения поверхности, сохраняющие подобие в малом (конформные отображения), основанные на теории функций комплексного переменного, должны были казаться прямо-таки трансцендентными. А работа о многогранниках начинала совсем новую часть геометрии и по своей принципиальности и глубине стояла в ряду с открытиями Евклида.

#### О РАБОТАХ ЭЙЛЕРА ПО АНАЛИЗУ

Работ этих так много и они столь всеобъемлющи, что мы не решаемся здесь давать их описания. Скажем только, что он так упростил и дополнил целые большие отделы анализа бесконечно

малых, интегрирования функций, теории рядов, дифференциальных уравнений, начатые уже до него, что они приобрели примерно ту форму, которая за ними в большой мере остается и до сих пор. Эйлер, кроме того, начал целую новую главу анализа — вариационное исчисление. Это его начинание вскоре подхватил Лагранж и получилась новая наука.

### ВЛИЯНИЕ ЭЙЛЕРА НА РАЗВИТИЕ МАТЕМАТИКИ В РОССИИ

Плодотворное влияние Эйлера испытывали практически все творчески работающие математики в России. Стил и направленность работ Эйлера оказали определяющее влияние на все дальнейшее развитие математики в Петербурге (М. В. Остроградский, В. Я. Буняковский, П. Л. Чебышев и его школа: А. Н. Коркин, Е. И. Золотарев, А. М. Ляпунов, А. А. Марков, Г. Ф. Вороной, В. А. Стеклов, И. М. Виноградов и др.). Знаменитая Петербургская математическая школа есть, собственно говоря, школа Эйлера — Чебышева. Это одна из самых своеобразных и глубоких математических школ в мире. Основным ее принципом является принцип Эйлера — Чебышева: исходя из трудной математической задачи, и часто такой, которую ставит другая наука или техника, строить большие и глубокие математические теории, а при решении математических задач всегда доводить их решения до удобного на практике результата, т. е. до чисел, не останавливаясь ни перед какими вычислительными трудностями.

Большая математика в Москве стала развиваться в начале двадцатого века (Д. Ф. Егоров, Н. Н. Лузин). Молодое московское направление, быть может, более принципиальное, более глубокое и более современное, чем петербургское, значительно углубило и усилило нашу математику.

После переезда Академии наук в Москву (1935 год) постепенно произошло слияние обоих направлений, петербургского и московского, которые вместе со школами Казани, Киева и других научных центров и дали то, что мы теперь называем советской математикой.

*Юшкевич А. П. История математики в России до 1917 года. — М.: 1969.*

## АНДРЕ-МАРИ АМПЕР (1775—1836)

Я. М. Гельфер, В. А. Лешковцев

В 1975 году исполнилось 200 лет со дня рождения великого французского ученого Андре-Мари Ампера. В истории науки он известен главным образом как основоположник электродинамики. Между тем он был универсальным ученым, имеющим заслуги и в области математики, химии, биологии, и даже в лингвистике и философии. Это был блестящий ум, поражающий своими энциклопедическими знаниями всех близко знавших его людей. Но наиболее прочно имя Ампера вошло в историю физики, что нашло свое отражение в таких терминах, как «ампер» (единица силы тока), «закон Ампера», «сила Ампера» и т. д.

Сам Ампер был большим мастером изобретать новые научные термины. Именно он ввел в обиход ученых такие слова, как «электростатика», «электродинамика», «соленоид». Интересно также отметить, что, занимаясь важной проблемой науковедения — вопросом классификации наук, Ампер высказал мысль о том, что в будущем, вероятно возникнет новая наука об общих закономерностях процессов управления. Он предложил именовать ее «кибернетикой». Предвидение Ампера оправдалось. В настоящее время такая наука существует и носит предложенное им название.



Свою родословную Андре-Мари Ампер ведет от лионских ремесленников. Его отец Жан-Жак Ампер вместе со своими братьями торговал лионскими шелками. Он получил хорошее образование, неплохо владел древними языками и старался быть в курсе всего, чему учили

великие французские просветители XVIII века. У него была прекрасная библиотека, составленная из сочинений известных философов, писателей и ученых.

В возрасте 38 лет Жан-Жак Ампер вступил в брак с Жанной Сарсе, дочерью одного из крупных лионских торговцев. Андре-Мари Ампер родился 22 января 1775 года. Детство его прошло в небольшом поместье Полемье, купленном Жан-Жаком, в окрестностях Лиона.

Исключительные способности Андре проявились еще в раннем возрасте. Чтению и арифметике он выучился очень быстро. Читал он все подряд, что находил в отцовской библиотеке. Биографы Ампера рассказывают, что свое увлечение чтением юный Андре скрывал от отца. Однажды, забравшись в его кабинет, он с любопытством стал рассматривать объемистые тома знаменитой «Энциклопедии», подготовленной Дидро и Даламбером. За этим занятием и застал его отец. «Что ты читаешь, Андре?» — спросил он. «Я читаю статью об аберрации» — ответил мальчик, которому в ту пору было 11 лет. «Но что же ты понимаешь в этом?» — снова спросил отец. И Андре без тени смущения изложил ему сущность этого сложного явления.

Поверив в исключительные способности сына, отец открыл ему свободный доступ в свою библиотеку. Андре жадно читал «Энциклопедию» том за томом, и перед ним раскрывались необъятные горизонты науки. Такое чтение, хотя оно и было лишено определенной системы, не прошло бесследно: именно в этот период у юного Андре появился настоящий интерес к различным областям человеческого знания. Он никогда не ходил в школу и не прошел обязательного классического курса обучения, который систематически знакомит детей с основами наук. В свои детские годы он знал очень многое. Но эти знания были разрозненными, в них были существенные пробелы.

Особый интерес Андре проявлял к физико-математическим наукам. Но как раз в этой области отцовской библиотеки явно не хватало и Андре начал посещать библиотеку Лионского колледжа, чтобы читать труды великих математиков — Эйлера, Бернулли, Лагранжа. Однако многие из этих трудов были написаны по-латыни, которой он не владел. Несколь-

ко месяцев ушло на изучение этого языка, причем он изучил его почти самостоятельно и настолько хорошо, что без труда смог читать сочинения классиков математики и физики XVII—XVIII веков.

Родители пригласили к Андре учителя математики. Уже при первой встрече он понял, с каким необыкновенным учеником имеет дело. «Знаешь ли ты, как производится извлечение корней?» — спросил он Андре. «Нет, — ответил мальчик, — но зато я умею интегрировать!» Вскоре учитель отказался от уроков, так как его знаний явно не хватало для обучения такого ученика.

История науки знает аналогичные случаи, когда великие ученые не получали систематического школьного образования в силу тех или иных причин. Тем не менее их природный ум, страстное стремление к знаниям, трудолюбие делали свое дело. В качестве примера можно вспомнить таких знаменитых самоучек, как Фарадей и Эдисон.

Изучение трудов классиков математики и физики было для юного Ампера творческим процессом. Он не только читал, но и критически воспринимал прочитанное. У него возникали свои мысли, свои оригинальные идеи. Именно в этот период, в возрасте 13 лет, он представил в Лионскую академию свои первые работы по математике.

Наступил 1789 год. Началась Великая французская буржуазная революция, 14 июля штурмом была взята Бастилия, символ королевской власти Бурбонов. Эта весть быстро дошла и до Лиона. Андре воспринял ее как известие о наступлении новой эпохи, о которой мечтали просветители XVIII века. Однако революционные события сыграли трагическую роль в жизни Ампера. В 1793 году в Лионе вспыхнул мятеж, который вскоре был подавлен. За сочувствие мятежникам был обезглавлен Жан-Жак Ампер. Смерть отца Андре переживал очень тяжело; он надолго выбыл из привычной колен и был близок к потере рассудка. Лишь год спустя он с трудом обрел душевное равновесие и смог вернуться к своим занятиям.

Казнь отца имела и другие последствия. По приговору суда почти все имущество семьи было конфисковано и ее материальное положение резко ухудшилось. Андре пришлось думать о средствах к существованию.

Он решил переселиться в Лион и давать частные уроки математики до тех пор, пока не удастся устроиться штатным преподавателем в какое-либо учебное заведение.

Этот период жизни Ампера сыграл большую роль в его развитии как ученого. В Лионе он познакомился с любознательными молодыми людьми, такими же поклонниками науки, как и он сам, и споры с ними на научные темы во многом способствовали развитию его интеллекта. Андре много занимался с учениками, много читал. Его рабочий день начинался в четыре часа утра — нужно было успеть выполнить обширную программу.

В 1799 году Ампер женился на Катрин Каррон. В следующем году у них родился сын. Это радостное событие было омрачено болезнью Катрин. Расходы на жизнь неуклонно росли. Несмотря на все старания и экономию, средств, заработанных частными уроками, не хватало. Наконец, в 1802 году Ампера пригласили преподавать физику и химию в Центральную школу старинного провинциального города Бурк-ан-Бреса, в 60 километрах от Лиона. С этого момента началась его регулярная преподавательская деятельность, продолжавшаяся всю жизнь.

Ампер мечтал перестроить традиционное преподавание курса физики. Вместо изложения разрозненных фактов и гипотез, теорий и экспериментов он хотел развернуть перед слушателями грандиозную картину мироздания, где все взаимосвязано и взаимообусловлено. Но это только мечты. Скучные преподаватели-чиновники, убогая лаборатория и бедный физический кабинет, повседневные будничные заботы — вот реальная действительность, которую он нашел в Бурк-ан-Бресе. Однако он много работал, восполняя пробелы в своих знаниях. Вместе с тем его не покидала надежда возвратиться в Лион к жене и сыну. И вскоре она осуществилась.

Назревали перемены в школьном образовании. В старой королевской Франции большинство учебных заведений находилось под руководством и под влиянием духовенства. Французская революция смела эту систему. Была провозглашена идея всеобщего образования, освобождения преподавания от церковного догматизма и установлена трехстепенная система об-

разования: начальное, среднее и высшее. В каждом департаменте учреждались лицеи, дающие среднее образование с практическим уклоном. 4 апреля 1803 года Ампер был назначен преподавателем математики Лионского лицея. Счастливым он возвратился в Лион, но вскоре тяжелый удар обрушился на Ампера — умерла его жена.

В конце 1804 года Ампер покинул Лион и переехал в Париж, где он получил должность преподавателя знаменитой Политехнической школы. Эта высшая школа была организована в 1794 году и вскоре стала национальной гордостью Франции. Основная задача школы заключалась в подготовке высокообразованных технических специалистов с глубокими знаниями физико-математических наук. Среди ее преподавателей были такие известные ученые, как Лагранж, Монж, Бертолле. Неудивительно, что и среди питомцев Политехнической школы мы встречаем имена прославленных ученых и инженеров, таких как Френель, Гей-Люссак, Клапейрон, Понселе, Араго, Дюлонг.

В Париже Ампер чувствовал себя одиноким. Он находился всецело во власти воспоминаний о своей недолгой счастливой жизни. Это — главная тема его писем к родным и друзьям. Он и ранее слыл чудаковатым и рассеянным человеком. Теперь же эти черты его характера стали еще более заметными. К ним прибавилась чрезмерная неуравновешенность. Все это мешало ему хорошо излагать своим слушателям материал, которым он в действительности владел превосходно.

Несколько важных событий произошло в жизни Ампера в это время: в 1806 году он вступил во второй брак, в 1807 году был назначен профессором Политехнической школы, в 1808 году новое назначение — главным инспектором университетов. Все это улучшило его материальное положение и принесло некоторое успокоение, но ненадолго. Второй брак был очень неудачным, его новая жена Женни Пото оказалась весьма вздорной и ограниченной особой. Ампер прилагал много усилий, чтобы как-то примириться с ней во имя дочери, рожденной от этого брака. Однако его усилия оказались тщетными. К переживаниям на этой почве прибавились новые — в 1809 году скончалась мать Ампера, безграничную преданность и доб-

роту которой он ощущал все годы. Эти печальные события не могли не сказаться на его научной деятельности. Тем не менее в период между 1809 и 1814 годами Ампер опубликовал несколько ценных работ по теории рядов.

Лишь одно приятное событие этого времени утешило Ампера. В 1813 году во Францию с научной целью приехал знаменитый английский химик Дэви в сопровождении своего ассистента Фарадея. Между Дэви и Ампером состоялась встреча, на которой обсуждались главным образом химические проблемы. Ампер изложил знаменитому ученому некоторые из своих новых идей, которые тот воспринял с интересом и пониманием.

Время расцвета научной деятельности Ампера приходится на 1814—1824 годы и связано главным образом с Академией наук, в число членов которой он был избран 28 ноября 1814 года за свои заслуги в области математики.

Какие же научные проблемы волновали Ампера в это время? Практически до 1820 года его основные интересы сосредоточивались на проблемах математики, механики и химии. Вопросами физики в то время он занимался очень мало: известны лишь две работы этого периода, посвященные оптике и молекулярно-кинетической теории газов. Что же касается математики, то именно в этой области он достиг результатов, которые и дали основание выдвинуть его кандидатуру в Академию по математическому отделению.

Ампер всегда рассматривал математику как мощный аппарат для решения разнообразных прикладных задач физики и техники. Уже его первая опубликованная математическая работа, посвященная теории вероятностей, носила, по существу, прикладной характер и называлась «Соображения о математической теории игры» (1802 год). Вопросы теории вероятностей интересовали его и в дальнейшем.

В исследовании многих проблем физики и механики большое значение имеют так называемые дифференциальные уравнения в частных производных. Решение таких уравнений связано со значительными математическими трудностями, над преодолением которых работали крупнейшие математики. Свой вклад в математическую физику, как называют этот раздел



науки, внес и Ампер. Только в одном 1814 году он выполнил несколько работ, получивших высокую оценку видных французских математиков, в частности, Лапласа, Лагранжа и Пуассона.

Не оставляет он и занятий химией, которые стимулируются работами Бертолле, Дальтона и других известных ученых. К его достижениям в области химии следует отнести открытие, независимо от Авогадро, закона равенства молярных объемов различных газов, который по праву следует называть законом Авогадро—Ампера, а также первую попытку классификации химических элементов на основе сопоставления их свойств. Но не эти исследования, интересные сами по себе, и не его математические работы сделали имя Ампера знаменитым. Классиком науки, всемирно известным ученым он стал благодаря своим исследованиям в области электромагнетизма.

Электрические и магнитные явления к началу XIX века во многом еще представлялись таинственными, природа их была неясна. Ученые были знакомы лишь со свойствами статических зарядов и с постоянными магнитами. Все обнаруженные на опыте электрические и магнитные явления объяснялись как результат действия особых электрических и магнитных жидкостей («флюидов»). Так, например, петербургский академик Эпинус в своем труде «Опыт теории электричества и магнетизма», изданном в 1759 году, писал:

«Существует жидкость, производящая все магнитные явления, которую поэтому следует назвать магнитной. Эта жидкость чрезвычайно тонка, может проходить через любые поры в телах; ее частицы, как и частицы электрической жидкости, взаимно отталкивают друг друга. Эта жидкость в большей части других тел, обнаруживаемых в мире, не вызывает никаких реакций; она не притягивается и не отталкивается ими. Однако существует определенный ряд тел, части которых притягивают магнитную материю и ею притягиваются; телом, наделенным таким свойством, является прежде всего железо, а затем все тела, именуемые железными...».

Единственной количественной характеристикой электрических и магнитных явлений был закон Кулона, открытый в конце XVIII века.

Прогресс наметился только после того как впервые был получен электрический ток. В 1800 году Вольта изобрел первый источник тока, который был назван вольтовым столбом. Весть об этом изобретении вызвала огромный интерес в научном мире. Наполеон пригласил итальянского физика в Париж, чтобы тот повторил свои опыты перед избранной аудиторией. Там же Вольта выступил с докладом, в котором высказал мысль о тождественной природе статического электричества и электрического тока — «движущегося электрического флюида» по терминологии того времени.

Многочисленные опыты показали, что электрический ток способен вызывать различные эффекты — тепловые, химические, световые. Естественно было также предположить, что должна существовать связь между электричеством и магнетизмом, отрицавшаяся учеными на протяжении нескольких столетий. В начале XIX века многие ученые предпринимали попытки обнаружить эту связь. Искал ее и датский профессор физики Ганс Христиан Эрстед. Еще в 1807 году он объявил о своем намерении исследовать действие электрического тока на магнитную стрелку. Однако в течение многих лет эксперименты, подтверждавшие существование такого действия, ему не удавались. Только в 1820 году, поместив магнитную стрелку параллельно проволоке, соединявшей два конца вольтова столба, он воочию увидел то явление, которого ждал столько лет: под влиянием тока в проводнике стрелка отклонилась от своего обычного направления. Так было открыто фундаментальное явление, положившее начало электродинамике.

В июле 1820 года Эрстед опубликовал свое открытие в небольшой статье под названием «Опыты, относящиеся к действию электрического конфликта на магнитную стрелку». «Электрическим конфликтом» он называл электрический ток.

Месяц спустя опыты Эрстеда повторил в Женеве швейцарский физик Огюст де ла Рив. При демонстрации присутствовали многие ученые и среди них — знаменитый французский физик Араго. По возвращении в Париж Араго на двух заседаниях Академии наук сделал об этом доклад и воспроизвел опы-

ты Эрстеда. Свой доклад он начал следующими словами: «Господа, профессору в Копенгагене Эрстеду удалось сделать прекрасное открытие..., которое чревато такими последствиями, которые сейчас еще не в состоянии предусмотреть пытливым, но ограниченный человеческий ум...». Взволнованно слушал докладчика Ампер, забывший в этот момент свои математические проблемы. Физика — вот чем сейчас следует заняться! Ведь опыты Эрстеда подтверждают то, о чем он думал еще в Бурк-ан-Бресе — единство сил природы, взаимосвязь явлений.

Ампер был главным образом, теоретиком и редко обращался к экспериментам. Но он понимал, что серьезное исследование электромагнитных явлений невозможно без постановки опытов, которые должны были подтвердить или опровергнуть его идеи. Однако средств на эти опыты Академия наук не отпустила. Амперу пришлось нанять слесаря, который изготовил все необходимое за его счет. Многие были сделаны и самим Ампером. Прежде всего он повторил опыты Эрстеда, пытаясь глубже понять природу открытого датским физиком явления. Опытным путем он доказал, что статическое электричество не действует на магнитную стрелку. Только движущееся электричество — электрический ток — в состоянии вызвать такой эффект. «В чем же причина этого явления? — задал себе вопрос Ампер. — Почему проводник с током действует на магнитную стрелку?»

Естественно было бы предположить, что электрический ток, проходя по проводнику, превращает его в магнит. Так и считали многие физики, в частности, известный французский физик Био. Ампер придерживался иной точки зрения. Он высказал гениальную идею: единственной причиной действия проводника с током на магнитную стрелку является движущееся электричество; магнетизм — лишь одно из его многочисленных проявлений. Не проводник, по которому течет ток, становится магнитом, а наоборот, магнит представляет собой совокупность токов. В магните есть множество элементарных круговых токов, текущих в плоскостях, перпендикулярных к его оси.

Гипотеза Ампера по тем временам казалась исключительно смелой и неправдоподобной, поэтому она была встречена учеными весьма критически.

Новый взгляд на природу магнитных явлений возник у Ампера в результате целой серии экспериментов. Уже в конце первой недели напряженного труда он сделал открытие не меньшей важности, чем Эрстед — открыл взаимодействие токов. Если два наэлектризованных тела взаимно притягиваются или отталкиваются, то не будут ли аналогично вести себя два проводника, по которым течет ток? Ампер расположил параллельно прямолинейные участки двух проводников, соединяющих концы двух столбов

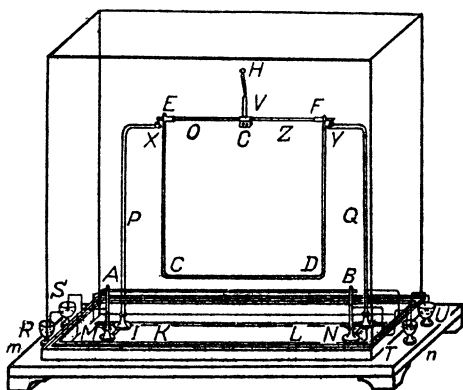


Рис. 1. Прибор для изучения взаимодействия проводников с током, *AB* — неподвижный проводник, *ECDF* — подвижный проводник, укрепленный на стеклянной оси *EF*. Для защиты от воздушных колебаний прибор накрыт стеклянным колпаком. (Рисунок Ампера).

Вольта. Один проводник закрепил, другой сделал подвижным (рис. 1). Пропустив через проводники ток, он наблюдал их взаимодействие: при одинаковых направлениях токов они притягивались, при противоположных — отталкивались. Оказалось также, что силы, действующие между проводниками с током, не являются центральными, то есть радикально отличаются от электростатических сил. Столь резкое различие проявлений статического электричества и электрического тока Ампер предложил отразить и в соответствующих терминах. Область явлений, связанных с покоящимися электрическими зарядами, он назвал электростатикой, а с движущимися зарядами — электродинамикой.

Прошла еще одна неделя. Ампер произвел новые опыты, развивающие и подтверждающие его идеи. Если магнит представляет собой систему круговых параллельных токов, направленных в одну сторону, то спираль из металлической проволоки, по которой проходит ток, должна вести себя как магнит — иметь два полюса и принимать определенное положение под воздействием магнитного поля Земли (рис. 2, рис. 3). Эксперимент подтвердил эти предположения.

О полученных результатах Ампер сразу же сообщил в Академию. В докладе, сделанном 18 сентября 1820 года, он продемонстрировал свои первые опыты и заключил их следующими словами: «В связи с этим я свел все магнитные явления к чисто электрическим эффектам». На заседании 25 сентября он развил эти идеи далее, демонстрируя опыты, в которых спирали, обтекаемые током (соленоиды), взаимодействовали друг с другом как магниты.

Новые идеи Ампера были поняты далеко не всеми учеными. Не согласились с ними и некоторые из его именитых коллег, в том числе и Био. Выступив против существования магнетизма как самостоятельного явления, Ампер перечеркнул тем самым и теорию Био, согласно которой магнит состоит из совокупности элементарных микроскопических магнитиков, каждый из которых по своим свойствам подобен большому магниту. Теория эта, по существу, ничего не объясняла, она лишь относила вопрос о природе магнетизма не к большому куску намагниченного металла, а к его крохотным частям. Био и его сторонники стремились доказать, что в опытах Ампера нет ничего принципиально нового, что все они по сути дела — лишь варианты опыта Эрстеда.

Современники рассказывали, что после первого доклада Ампера о взаимодействии проводников с током произошел следующий любопытный эпизод. «Что же, собственно, нового в том, что вы нам сообщили? — спросил Ампера один из его противников. — Само собою ясно, что если два тока оказывают действие на магнитную стрелку, то они оказывают действие и друг на друга». Ампер не сразу нашелся, что ответить на это возражение. Но тут на помощь ему пришел Араго. Он вынул из кармана два ключа и сказал: «Вот каждый из них тоже оказывает действие

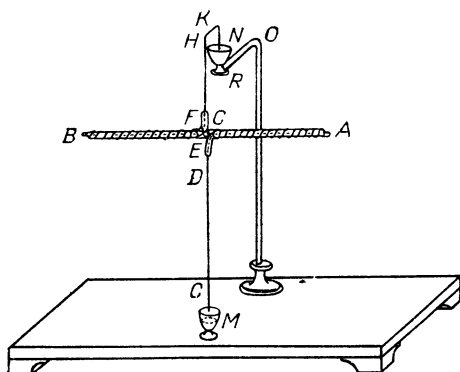


Рис. 2. Первый прибор для исследования влияний магнитного поля Земли на соленоид.  $AB$  — соленоид, намотанный на тонкую стеклянную трубку и подвешенный подобно стрелке компаса. Прибор оказался недостаточно подвижным, и ожидаемый эффект зарегистрирован не был. (Рисунок Ампера).

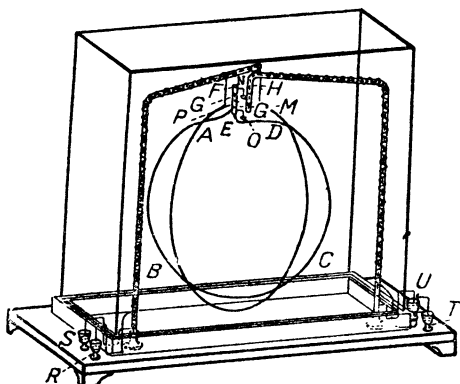


Рис. 3. Прибор для исследования влияния магнитного поля Земли на виток с током.  $ABCD$  — подвижный виток с током. Вторым (неподвижный) виток большего радиуса фиксировал вертикальную плоскость, перпендикулярную к магнитному меридиану в данной точке. При включении тока виток  $ABCD$  поворачивался до совпадения с неподвижным витком. (Рисунок Ампера.)

на стрелку, однако же они никак не действуют друг на друга, и потому ваше заключение ошибочно. Ампер открыл, по существу, новое явление, куда большего значения, чем открытие уважаемого мной профессора Эрстеда».

Несмотря на нападки своих научных противников, Ампер продолжал свои эксперименты. Он решил найти закон взаимодействия токов в виде строгой математической формулы и нашел этот закон, который носит теперь его имя. В самом общем виде выражение для величины силы, действующей со стороны

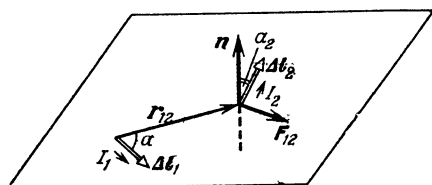


Рис. 4. К выводу закона взаимодействия токов.

малого отрезка проводника  $\Delta l_1$ , по которому течет ток с силой  $I_1$  (первого элемента тока), на произвольно расположенный отрезок  $\Delta l_2$  другого проводника с током  $I_2$  (второй элемент тока), имеет следующий вид:

$$F_{12} = k \frac{I_1 \Delta l_1 \sin \alpha_1 I_2 \Delta l_2 \sin \alpha_2}{r_{12}^2}.$$

Здесь  $r_{12}$  — абсолютная величина вектора  $\mathbf{r}_{12}$ , направленного от первого отрезка ко второму (рис. 4). Направления векторов  $\Delta l_1$  и  $\Delta l_2$  совпадают с направлениями текущих по ним токов;  $\alpha_1$  — угол между векторами  $\Delta l_1$  и  $\mathbf{r}_{12}$ ;  $\alpha_2$  — угол между векторами  $\Delta l_2$  и  $\mathbf{n}$  — перпендикуляром к плоскости, содержащей  $\Delta l_1$  и  $\mathbf{r}_{12}$ . Направление  $\mathbf{n}$  совпадает с поступательным движением буравчика при вращении его рукоятки от  $\Delta l_1$  к  $\mathbf{r}_{12}$ .  $k$  — коэффициент, зависящий от выбора системы единиц. Сила  $\mathbf{F}_{12}$  перпендикулярна к вектору  $\Delta l_2$  и лежит в плоскости, содержащей  $\Delta l_1$  и  $\mathbf{r}_{12}$ . При этом направление силы определяется правилом буравчика: при вращении его рукоятки от  $\mathbf{r}_{12}$  к  $\mathbf{n}$  поступа-

тельное движение буравчика совпадает с направлением силы  $F_{12}$ .

Эту же формулу можно переписать в более привычном для школьников виде:

$$F = I \Delta B \sin \alpha,$$

где  $B$  — величина магнитной индукции, создаваемой одним элементом тока в том месте, где находится другой исследуемый элемент тока.

Так шаг за шагом в работах Ампера вырастала новая наука — электродинамика, основанная на экспериментах и математической теории. Все основные идеи этой науки, по выражению Максвелла, по сути дела, «вышли из головы этого Ньютона электричества» за две недели.

С 1820 по 1826 год Ампер публикует ряд теоретических и экспериментальных работ по электродинамике и почти на каждом заседании физического отделения Академии выступает с докладом на эту тему. В 1826 году выходит из печати его итоговый классический труд «Теория электродинамических явлений, выведенная исключительно из опыта». Работа над этой книгой проходила в очень трудных условиях. В одном из писем, написанных в то время, Ампер сообщал: «Я принужден бодрствовать глубокой ночью... Будучи нагружен чтением двух курсов лекций, я тем не менее не хочу полностью забросить мои работы о voltaических проводниках и магнитах. Я располагаю считанными минутами». Здесь речь идет о лекциях Ампера по высшей математике, которые привлекали многочисленных слушателей. Одним из них в 1822—1824 годах был молодой математик из России Михаил Васильевич Остроградский.

Слава Ампера быстро росла; особенно лестно ученые отзывались о его экспериментальных работах по электромагнетизму. Его посещали знаменитые физики, он получил ряд приглашений из других стран выступить с докладами о своих работах. Но здоровье его было подорвано, неустойчивым было и материальное положение. Его тяготила работа в Политехнической школе и инспекторские обязанности. Он по-прежнему мечтал читать курс физики, а не математики, и читать нетрадиционно, включив в курс новый раздел — электродинамику, творцом ко-



торой он сам являлся. Наиболее подходящим местом для этого было одно из старейших учебных заведений Франции — Коллеж де Франс. Основанное еще в 1530 году, это учреждение как бы совмещало в себе функции учебного и научно-исследовательского институтов. Здесь были все условия для плодотворной творческой деятельности. После многих неприятностей и интриг в 1824 году Ампер был избран на должность профессора Коллеж де Франс. Ему предоставили кафедру общей и экспериментальной физики.

Как видно из писем, которые Ампер писал в этот период, он был чрезвычайно рад своему избранию. Правда, его радость омрачала необходимость время от времени выступать против порядков, царивших в институте. Особенно возмущали Ампера интриги, возникавшие при выборе кандидатов на освобождающиеся вакансии. Он всегда был нетерпим по отношению к фальши и несправедливости. Тем более он не мог оставаться равнодушным, когда личные интересы, погоня за высокими титулами и званиями заслоняли подлинную научную ценность кандидатов.

Закончился наиболее плодотворный период деятельности Ампера. В 1831 году Фарадей открыл явление электромагнитной индукции. В разработку электродинамики включились многие выдающиеся физики середины XIX века — Вебер, Ф. Нейман и К. Нейман, Видеман, Ленц и другие. Полное завершение она получила в классическом труде Максвелла «Трактат об электричестве и магнетизме», вышедшем в свет в 1869 году.

Последние годы жизни Ампера были омрачены многими семейными и служебными неприятностями, тяжело отражавшимися на его и без того слабом здоровье. Внешние признаки успеха не принесли материального благополучия. Он по-прежнему был вынужден уделять много времени чтению лекций в ущерб своим научным занятиям. Но науку он не оставлял. В 1835 году он опубликовал работу, в которой доказал сходство между световым и тепловым излучениями и показал, что все излучения при поглощении превращаются в тепло. К этому же времени относится увлечение Ампера геологией и биологией. Он принял активное участие в научных спорах между

знаменитыми учеными Кювье и Сент-Иллером, предшественниками эволюционной теории Дарвина, и опубликовал две биологические работы; в которых изложил свою точку зрения на процессе эволюции. На одном из диспутов противники идеи эволюции живой природы спросили Ампера, действительно ли он считает, что человек произошел от улитки. На это Ампер ответил: «Я убедился в том, что человек возник по закону, общему для всех животных».

Другим увлечением Ампера была классификация наук. Эта важная в методологическом и общенаучном плане проблема интересовала Ампера давно, еще со времени его работы в Бурк-ан-Бресе. Он разработал свою систему классификации наук, которую намеревался изложить в двухтомном сочинении. В 1834 году вышел первый том «Опыты философии наук или аналитического изложения естественной классификации всех человеческих знаний». Второй том был издан сыном Ампера уже после его смерти.

Ампер умер от воспаления легких 10 июля 1836 года в Марселе во время инспекционной поездки. Там же он и был похоронен. В 1869 году его прах был перевезен в Париж на Монмартрское кладбище. На его надгробном памятнике высечены следующие слова: «Он был так же добр и так же прост, как и велик».

*Белькинд Л. Д. А. М. Ампер (1775—1836). — М.: 1968.*

## АМЕДЕО АВОГАДРО (1776—1856)

Я. М. Гельфер, В. А. Лешковцев

Лоренцо Романо Амедео Карло Авогадро ди Кваренья э ди Черрето родился 9 августа 1776 года в Турине — столице итальянской провинции Пьемонт в семье служащего судебного ведомства Филиппо Авогадро. Амедео был третьим из восьми детей. Предки его с XII века состояли на службе католической церкви адвокатами и по традиции того времени их профессии и должности передавались по наследству. Когда пришла пора выбирать профессию, Амедео также занялся юриспруденцией. В этой науке он быстро преуспел и уже в двадцать лет получил ученую степень доктора церковного права.

Юридическая практика не увлекала Амедео, его интересы были далеки от юриспруденции. В юношеские годы он недолго посещал так называемую школу геометрии и экспериментальной физики. Она-то и пробудила в нем любовь к этим наукам. Но, не получив достаточно систематических знаний, он вынужден был заняться самообразованием. Когда ему уже исполнилось 25 лет, он стал все свободное время посвящать изучению физико-математических наук. Трудолюбие и настойчивость принесли свои плоды: в



1803 и 1804 годах он, совместно со своим братом Феличе, представил в Туринскую Академию наук две работы, посвященные теории электрических и электрохимических явлений, за что и был избран в 1804 году членом-корреспондентом этой академии. В первой работе под названием «Аналитическая заметка об электричестве» он объяснял поведение проводников и диэлектриков в электри-

ческом поле, в частности, явление поляризации диэлектриков. Высказанные им идеи получили затем более полное развитие в работах других ученых.

В 1806 году Авогадро получает место репетитора в Туринском лицее, а затем, в 1809 году, переводится преподавателем физики и математики в лицей города Верчелли, в котором он проработал около десяти лет. В этот период он знакомится с огромным количеством научной литературы, делая многочисленные выписки из прочитанных книг и журнальных статей. Эти выписки, которые он не прекращал вести до конца своих дней, составили 75 томов примерно по 700 страниц в каждом! Содержание этих томов свидетельствует об энциклопедичности интересов Авогадро, о колоссальной работе, которую он проделал, «переквалифицируясь» из юриста в физика.

В сентябре 1819 года Авогадро избирается членом Туринской Академии наук. К этому времени он уже приобрел известность в кругу своих коллег работами в области молекулярной теории, электричества и химии. В 1820 году королевским указом Авогадро назначается первым профессором новой кафедры высшей физики (теперь бы мы сказали — математической физики) в Туринский университет.

Интересны взгляды Авогадро на преподавание физики, высказанные им при занятии этой должности. Итальянская наука в то время была еще очень слабо развита. Стремясь к тому, чтобы помочь своей родине сравняться по уровню развития естественных наук с другими европейскими странами, Авогадро наметил обширный план действий. Основная его идея заключалась в необходимости сочетания преподавания с научной деятельностью. Для этого надо организовать при кафедре физики два кабинета — один для учебных занятий, другой для проверки научных открытий и проведения оригинальных исследований. Это особенно важно для тех студентов, которые решат посвятить себя преподавательской деятельности в области физико-математических наук. Научный кабинет должен быть укомплектован современными приборами и соответствующим штатом сотрудников. Весьма важно также, чтобы на приобретение новых приборов регулярно отпускались необходимые суммы, которые руководитель кафедры мог бы тратить по сво-

ему усмотрению, представляя лишь письменный отчет о произведенных расходах. Кроме того, необходим научный журнал, в котором местные физики могли бы публиковать свои исследования.

Этим прогрессивным идеям не суждено было осуществиться из-за военных и политических событий в Италии начала двадцатых годов. В 1822 году после студенческих волнений Туринский университет был на целый год закрыт властями, а ряд его новых кафедр, в том числе и кафедра высшей физики, ликвидирован. Тем не менее в 1823 году Авогадро получает почетный титул заслуженного профессора высшей физики и назначается старшим инспектором Палаты по контролю за государственными расходами (должность финансово-юридическая, весьма далекая от науки. Вспомним, однако, что Исаак Ньютон долгие годы был директором монетного двора!) Несмотря на новые обязанности, Авогадро продолжал заниматься научными исследованиями.

В 1823 году Туринский университет вновь получил кафедру высшей физики, но ее предложили не Авогадро, а известному французскому математику Огюстену Луи Коши, покинувшему родину в 1830 году. Только спустя два года, после отъезда Коши, Авогадро смог занять эту кафедру, где и проработал до 1850 года. В этом году он ушел из университета, передав кафедру своему ученику Феличе Кью.

Свою семейную жизнь Авогадро устроил довольно поздно, когда ему было уже за тридцать. Работая в Верчелли, он познакомился со своей будущей женой Анной Марией Маццье ди Джузеппе, дочерью нотариуса, которая была моложе его на 18 лет. От этого брака он имел восемь детей — двоих сыновей и шесть дочерей. Никто из них не унаследовал его профессии.

Современники в своих воспоминаниях рисуют Авогадро как человека очень скромного, впечатлительного и обаятельного. Они отмечают его доброжелательность, искренность в обращении с другими людьми. «Высокообразованный без педантизма, мудрый, без чванливости, презирующий роскошь, не заботящийся о богатстве, не стремящийся к почестям, безразличный к собственным заслугам и собственной известности, скромный, умеренный, доброжелательный» — так характеризует Авогадро один из его современников,

По своему безразличию к почестям он представлял редкое исключение среди ученых того времени.

После ухода из университета Авогадро некоторое время занимал должность старшего инспектора Контрольной палаты, а также состоял членом Высшей статистической комиссии, Высшего совета народного образования и председателем Комиссии мер и весов. Несмотря на почтенный возраст, он продолжал публиковать свои исследования в трудах Туринской Академии наук. Последняя его работа вышла из печати за три года до смерти, когда Авогадро исполнилось 77 лет. Он умер в Турине 9 июля 1856 года и похоронен в семейном склепе в Верчелли. На следующий год после смерти Авогадро в знак признания его заслуг перед наукой в Туринском университете был установлен его бронзовый бюст.

Чем же обогатил науку, в частности, физику и химию, за свою долгую жизнь этот замечательный человек?

Нет ничего удивительного в том, что Авогадро начал свою научную деятельность именно с изучения электрических явлений. Электричество и магнетизм давно уже привлекали внимание ученых. Этот интерес особенно усилился после того, как Вольта в 1800 году изобрел первый источник электрического тока (вольтов столб), а также в связи с дискуссией между Гальвани и Вольты о природе электричества. Эти вопросы находились на переднем крае науки того времени, и естественно, что молодой Авогадро решил попробовать свои силы именно здесь. Работы, Авогадро, посвященные разным проблемам электричества, появлялись вплоть до 1846 года. Большое внимание уделял он также исследованиям в области электрохимии, пытаясь найти связь между электрическими и химическими явлениями, что привело его к созданию своеобразной электрохимической теории. В этом отношении его исследования соприкасались с работами знаменитых химиков Дэви и Берцелиуса. Но в историю физики Авогадро вошел как автор одного из важнейших законов молекулярной физики.

Почти до самого конца XVIII века химия не знала никаких количественных законов. Первым таким законом стал закон сохранения массы участвующих в реакции веществ, открытый М. В. Ломоносовым в

1756 году и независимо от него Лавуазье в 1774 году. В начале XIX века были открыты еще два закона — закон постоянства состава и закон кратных отношений. Первый из них утверждает, что каким бы путем ни было получено данное химическое соединение, состав его всегда один и тот же. Иными словами, при образовании данного сложного вещества элементы, из которых оно состоит, всегда соединяются друг с другом так, что их массы находятся в строго определенном отношении. Например, в воде отношение масс водорода и кислорода всегда равно 1 : 8.

Второй закон указывает, что в различных химических соединениях, образованных одними и теми же элементами, массы этих элементов относятся друг к другу как небольшие целые числа. Например, в различных окислах азота ( $N_2O$ ,  $NO$ ,  $N_2O_3$ ,  $N_2O_5$ ) массы кислорода и азота относятся друг к другу как 1 : 2; 1 : 1; 3 : 2; 5 : 2.

Для объяснения этих законов знаменитый английский химик Дальтон выдвинул гипотезу о том, что все простые вещества (элементы) состоят из простых атомов, а сложные — из «сложных атомов», которые при химических реакциях могут распадаться на атомы простых веществ. До этого в химии не существовало четкого разграничения понятий «атом» и «молекула». Оба эти понятия были слиты воедино в термине «частица», которая рассматривалась как бесструктурная единица вещества. Дальтон составил первую таблицу относительных атомных масс элементов, приняв атомную массу водорода за единицу. (Как показал позднее Авогадро, эта таблица, была неверной, так как Дальтон считал, что газообразный водород участвует в реакциях в виде одноатомного вещества ( $H$ ), а в действительности реакции происходят с участием молекулярного водорода ( $H_2$ ). По той же причине оказались неправильными представления Дальтона о составе молекул.)

В 1808 году французский ученый Гей-Люссак, изучая реакции между газами, установил, что объемы вступающих в реакцию газов и газообразных продуктов реакции относятся как небольшие целые числа. (Конечно, при этом все объемы должны быть измерены при одинаковых давлениях и температурах.) Например, в реакции образования водяного пара объемы

водорода, кислорода и паров воды относятся как 2:1:2, т. е.

$$\begin{array}{ccccc} 2 & + & 1 & = & 2 \\ \text{объема} & & \text{объем} & & \text{объема} \\ \text{водорода} & & \text{кислорода} & & \text{водя-} \\ & & & & \text{ного пара} \end{array}$$

В реакции образования хлористого водорода объемы водорода, хлора и продуктов реакции относятся как 1:1:2, т. е.

$$\begin{array}{ccccc} 1 & + & 1 & = & 2 \\ \text{объем} & & \text{объем} & & \text{объема} \\ \text{водорода} & & \text{хлора} & & \text{хлори-} \\ & & & & \text{стого водорода} \end{array}$$

Согласно представлениям Дальтона указанные реакции должны были выглядеть так:



При этом должно было бы образоваться по одному объему паров воды и хлористого водорода. Так что согласовать опытные данные Гей-Люссака с теорией Дальтона было невозможно.

В такой ситуации и появилась в 1811 году статья Авогадро «Очерк метода определения относительных масс элементарных молекул тел и пропорций, согласно которым они входят в соединения». Излагая основные представления молекулярной теории, Авогадро показал, что она не только не противоречит данным, полученным Гей-Люссаком, но, напротив, прекрасно согласуется с ними и открывает возможность точного определения атомных масс, состава молекул и характера происходящих химических реакций. Для этого прежде всего необходимо предположить, что молекулы водорода, кислорода, хлора и некоторых других простых веществ состоят не из одного, а из двух атомов.

В этой же работе Авогадро пришел к следующему важному заключению: «... число ... молекул всегда одно и то же в одинаковых объемах любых газов». (Разумеется, объемы измерены при одинаковых давлениях и температурах.)

Далее он писал, что теперь «имеется средство очень легкого определения относительных масс молекул тел, которые можно получить в газообразном состоянии, и относительного числа молекул в соединениях».



В самом деле, отношение масс молекул такое же, как и отношение плотностей газов при одинаковых давлениях и температурах. Если у нас есть два разных газа, массы которых равны  $M_1$  и  $M_2$ , а объемы, измеренные при одинаковых температурах и давлениях, — соответственно  $V_1$  и  $V_2$ , то, следуя Авогадро, мы можем написать такое соотношение:

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{m_1 N_1}{m_2 N_2}, \quad (1)$$

где  $m_1$  и  $m_2$  — массы молекул первого и второго газов, а  $N_1$  и  $N_2$  — число таких молекул в объемах  $V_1$  и  $V_2$ . Разделив в этом выражении числители обеих дробей на  $V_1$ , а знаменатели на  $V_2$ , получим:

$$\frac{\frac{M_1}{V_1}}{\frac{M_2}{V_2}} = \frac{m_1 \frac{N_1}{V_1}}{m_2 \frac{N_2}{V_2}}. \quad (2)$$

Но  $M_1/V_1$  и  $M_2/V_2$  — плотности газов  $\rho_1$  и  $\rho_2$ , а  $N_1/V_1$  и  $N_2/V_2$  — числа молекул в единице объема. Согласно Авогадро  $N_1/V_1 = N_2/V_2$ . При этом соотношение (2) принимает следующий вид:

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{m_1}{m_2}.$$

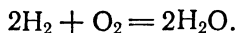
Авогадро приводит такой пример: плотности кислорода и водорода равны 1,10359 и 0,07321 (за единицу принята плотность атмосферного воздуха). Следовательно, отношение масс молекул кислорода и водорода примерно равно  $\frac{1,10359}{0,07321} \approx \frac{15}{1}$  \*).

Из опытов Гей-Люссака следует, что для образования двух каких-либо одинаковых объемов водяного пара необходимо два таких же объема водорода и один объем кислорода. Значит, на каждую молекулу кислорода приходится по две молекулы водорода. Если бы молекулы водорода и кислорода состояли из одного атома, то мы имели бы реакцию  $2\text{H} + \text{O} = \text{H}_2\text{O}$ , в результате которой из двух объемов водорода и одного объема кислорода получился бы один объем воды. Но это противоречит результатам опытов

---

\*) По более точным данным масса молекулы кислорода в 16 раз больше массы молекулы водорода.

Гей-Люссака. Следовательно, приходится предположить, что в каждом элементарном акте реакции возникает по две молекулы воды ( $2\text{H}_2\text{O}$ ), а молекулы кислорода и водорода содержат по два атома ( $\text{O}_2$  и  $\text{H}_2$ ). Так мы приходим к правильной формуле реакции:



Эта хорошо нам знакомая формула впервые была получена Авогадро.

В 1814 году появляется вторая статья Авогадро «Очерк об относительных массах молекул простых тел, или предполагаемых плотностях их газа, и о конституции некоторых из их соединений». Здесь четко формулируется закон Авогадро: «... равные объемы газообразных веществ при одинаковых давлениях и температурах отвечают равному числу молекул, так что плотности различных газов представляют собою меру масс молекул соответствующих газов». Далее в статье рассматриваются приложения этого закона для определения состава молекул многочисленных неорганических веществ.

Так как молярная масса (масса одного моля вещества) пропорциональна массе отдельной молекулы, то закон Авогадро можно сформулировать как утверждение, что моль любого вещества в газообразном состоянии при одинаковых температурах и давлениях занимает один и тот же объем. Как показали эксперименты, при нормальных условиях ( $p = 1$  атм,  $t = 0^\circ\text{C}$ ) он равен 22,414 л. Число молекул в моле любого вещества одинаково. Оно получило название числа Авогадро. Его принято обозначать буквой  $N_A$ . По современным данным

$$N_A = 6,022094 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}.$$

Это число — одна из важнейших универсальных постоянных современной физики и химии. Она используется при определении ряда других универсальных постоянных, например, постоянной Больцмана, постоянной Фарадея и т. п.

Число Авогадро можно определить многими независимыми друг от друга методами. Прекрасное совпадение полученных при этом значений является убедительным доказательством реальности молекул и справедливости молекулярно-кинетической теории.

В 1821 году в статье «Новые соображения о теории определенных пропорций в соединениях и об определении масс молекул тел» Авогадро подвел итог своей почти десятилетней работе в области молекулярной теории и распространил свой метод определения состава молекул на целый ряд органических веществ. В той же статье он показал, что другие химики, прежде всего Дальтон, Дэви и Берцелиус, незнакомые с его работами, продолжают придерживаться неверных взглядов на природу многих химических соединений и характер происходящих между ними реакций.

Эта работа интересна еще в одном отношении: в ней впервые встречается имя Ампера (по выражению Авогадро, «одного из самых искусных физиков наших дней») в связи с его исследованиями в области молекулярной теории. Эту сторону деятельности Ампера обычно не упоминают, поскольку его заслуги в области электродинамики затмевают все остальные работы. Тем не менее Ампер работал и в области молекулярной физики и независимо от Авогадро (но несколько позже) пришел к некоторым из идей, высказанных Авогадро. В 1814 году Ампер опубликовал письмо к химику Бертолле, в котором сформулировал положение, по существу, совпадающее с законом Авогадро. Здесь же он указывал, что соответствующая работа Авогадро стала ему известна уже после написания письма к Бертолле.

Чтобы закончить рассказ о работах Авогадро в области молекулярной теории, отметим, что в 1837—1841 годах он издал четырехтомное сочинение «Физика весомых тел, или трактат об общей конституции тел». Каждый том имел более 900 страниц. К этому времени Авогадро уже исполнилось 65 лет, но ум его по-прежнему был ясным, а любовь к науке и трудолюбие неиссякаемыми. Этот труд оказался первым в истории учебником молекулярной физики.

Огромный вклад Авогадро в развитие молекулярной теории долгое время оставался практически незамеченным современниками. Более того, открытый им закон большинством ученых связывало с именем Ампера. (И даже много позже этот закон в литературе часто именовали законом Авогадро — Ампера, хотя Авогадро сформулировал его на три года раньше Ампера.) Вплоть до начала 60-х годов XIX века в химии

царил произвол как в оценке молекулярных масс, так и в описании химических реакций; оставалось немало неверных представлений об атомном составе многих сложных веществ. Дело доходило даже до попыток вообще отказаться от молекулярных представлений. Лишь в 1858 году итальянский химик Канниццаро, ознакомившись с письмом Ампера к Бертолле, в котором есть ссылка на работы Авогадро, заново «открыл» эти работы и с удивлением убедился, что они вносят полную ясность в запутанную картину состояния химии того времени. В 1860 году Канниццаро подробно рассказал о работах Авогадро на Первом Международном химическом конгрессе в Карлсруэ, и его доклад произвел огромное впечатление на присутствовавших там ученых. Как сказал один из них, он почувствовал, как завеса упала с глаз, сомнения исчезли и вместо них появилось спокойное чувство уверенности. Великий русский химик Д. И. Менделеев, также участвовавший в работе этого конгресса, писал позднее: «Решающим моментом в развитии моей мысли о периодическом законе я считаю 1860 год — съезд химиков в Карлсруэ, в котором я участвовал, и на этом съезде — идеи, высказанные итальянским химиком Канниццаро» (т. е., по существу, идеи Авогадро). Заслуги Авогадро как одного из основоположников молекулярной теории получили с тех пор всеобщее признание.

*Быков Г. В.* Амедео Авогадро: Очерк жизни и деятельности (1776—1856). — М.: 1970.

В. П. Карцев

Когда сорокалетний копенгагенский профессор Ганс Христиан Эрстед разослал коллегам свой «памфлет» — четыре невесомые странички на латинском языке — и ученые Франции, Швейцарии, Англии и России смогли с ним ознакомиться, перед ними, кроме научных проблем, встали и общечеловеческие. Как отнестись к автору этих страничек, как оценить его труд? Кем показался им этот человек: трудолюбивым ученым, фантазером, романтиком, счастливчиком? И вообще — кем он был? Физиком, химиком, фармацевтом, философом или поэтом?

Чтобы ответить на эти нелегкие вопросы, безусловно, интересные и для нас, вернемся на два столетия назад и представим себе далекий датский островок Лангеланд, городок на нем под названием Рюдкобинг и семью бедного аптекаря, в которой родился сын — Ганс Христиан. Нужда гналась за семьей по пятам, так что начальное образование братьям Гансу Христиану и Андерсу пришлось получать где придется: городской парихмахер учил их немецкому языку, его жена — датскому, пастор маленькой церквушки научил их правилам грамматики, познакомил с историей и литературой, землемер научил сложению и вычитанию, а заезжий студент впервые рассказал им удивительные вещи о свойствах минералов, посеял любопытство и приучил любить аромат тайны.

В двенадцать лет Ганс, раздраженный наукой и познавший лишь малую ее часть, уже был вынужден стоять за стойкой отцовской аптеки. Здесь медицина надолго



пленила его, потеснив химию, историю, литературу, и еще более укрепила в нем уверенность в его научном предназначении. Он решает поступать в Копенгагенский университет, но, по-прежнему, одержим сомнениями: что изучать? Он берется за все — за медицину, физику, астрономию, философию, поэзию. Он увлечен всем сразу и всем — серьезно.

Ганс был счастлив в университетских стенах. Он писал позднее, что для того чтобы юноша был абсолютно свободен, он должен наслаждаться в великом царстве мысли и воображения, где есть борьба, где есть свобода высказывания, где побежденному дано право восстать и бороться снова. Он жил, упиваясь трудностями и своими первыми небольшими победами, добычей новых истин и устранением предыдущих ошибок. Чем он занимался? Золотая медаль университета 1797 года была присуждена ему за эссе «Границы поэзии и прозы». Следующая его работа, также высоко оцененная, касалась свойств щелочей, а диссертация, за которую он получил звание доктора философии, была посвящена медицине. Он разбрасывался и, казалось, заранее ставил крест на своей научной карьере, предпочитая разносторонность профессионализму.

Наступило новое столетие. В вихре французской революции, на полях сражений американской войны за независимость рождалось новое восприятие мира, происходило очищение умов и душ от устоявшихся догм, ветер свободы манил молодых. Начавшийся промышленный переворот затопил традиционный мир техники нескончаемым потоком новых практических изобретений, невиданных ранее. Деятнадцатый век заявил о себе новым образом жизни и мыслей, новыми социальными и политическими идеями, новой философией, новым восприятием искусства и литературы. Все это захватывает Ганса. Он стремится попасть туда, где бурлит жизнь, где решаются главные научные и философские вопросы — в Германию, Францию, другие европейские страны. Дания, конечно, была в этом смысле европейской провинцией, и Эрстед не хотел и не мог там оставаться.

Его талант, упорство и случайность сплелись в счастливый клубок — и вот он, блестяще защитив диссертацию, едет по направлению университета на

стажировку во Францию, Германию, Голландию. Там Эрстед слушал лекции о возможностях исследований физических явлений с помощью поэзии, о связи физики с мифологией. Ему нравились лекции блиставших с трибун философов, но он никогда не смог бы согласиться с ними в отказе от экспериментального исследования физических явлений. Его поразил Шеллинг (как ранее поразил Гегель) и прежде всего шеллинговская идея о всеобщей связи явлений. Эрстед увидел в ней оправдание и смысл своей кажущейся разбросанности — все изучавшееся им оказывалось по этой философии взаимосвязанным и взаимообусловленным. Он стал одержим идеей связи всего со всем. Быстро нашлась и родственная душа, мыслящая так же, как и он, столь же разбросанная и романтическая. Это был немецкий физик Риттер, изобретатель аккумулятора, гениальный фантазер, генератор сумасброднейших идей. Он, например, «вычислил» (исходя из сугубо астрономических соображений), что эпоха новых открытий в области электричества наступит в 1819 или 1820 году. И это предсказание действительно сбылось: открытие произошло в 1820 году, сделал его Эрстед, но Риттеру не пришлось быть свидетелем — он умер за десять лет до этого.

Идея всеобщей связи не давала Эрстеду покоя. Необычайная энергия, свойственная ему с детства, вела его к новым и новым поискам. В 1813 году во Франции выходит его труд «Исследования идентичности химических и электрических сил». В нем он впервые высказывает идею о связи электричества и магнетизма. Он пишет: «Следует испытать, не производит ли электричество... каких-либо действий на магнит...». Его соображения были простыми: электричество рождает свет — искру, звук — треск, наконец, оно может производить тепло — проволока, замыкающая зажимы источника тока, нагревается. Не может ли электричество производить магнитных действий? Говорят, Эрстед не расставался с магнитом. Этот кусочек железа должен был непрерывно заставлять его думать в этом направлении. Магнит совершил видимо, немало миль в эрстедовом сюртуке, пока... Нет, магнит Эрстеду так и не пригодился.

Идея «связи электричества и магнетизма, восходящая к простейшему сходству притяжения пушинок янтарем и железных опилок магнитом, носилась в воздухе, и многие лучшие умы Европы были ею увлечены. Еще в 1747 году ее подметил петербургский академик Эпинус, а француз Араго потратил немало лет для сбора таинственных, на первый взгляд, историй о кораблях, сокровищах и необычайных небесных явлениях, в которых он тоже видел эту ускользающую связь.

Однажды на рейде Пальмы, главного порта Мальорки, появилось французское военное судно «Ля Ралейн». Состояние его было настолько жалким, что корабль едва дошел своим ходом до причала. Когда команда сошла на берег и уступила палубу нескольким именитым французским ученым, в том числе и Араго, выяснилось, что корабль был разрушен молнией. Пока комиссия осматривала судно, покачивая головами при виде сгоревших мачт и надстроек, Араго поспешил к компасам и там увидел примерно то, что ожидал: стрелки компасов, перемagnetиченных молнией, указывали в разные стороны.

Через год, копаясь в том, что еще недавно было генуэзским судном (оно разбилось, наскочив на скалы вблизи алжирских берегов), Араго снова обнаружил, что стрелки компасов были перемagnetичены. В кромешной тьме южной туманной ночи капитан, направив по компасу судно к северу, подальше от опасных мест, на самом деле неудержимо двигался к тому, чего так упорно старался избежать. Корабль шел к югу прямо к скалам, обманутый пораженным молнией магнитным компасом.

А вот и обещанные сокровища. Они лежали в сундуке у узкфильдского купца и состояли из весьма ценных, по тем временам, столовых принадлежностей, а предназначены были для отправки в новую английскую колонию — Америку. После удара молнии часть предметов расплавилась, а часть очень сильно намагнитилась.

Все эти на первый взгляд малозначащие и несвязанные между собой факты Араго собирал не зря. Только что отгребели эксперименты с молнией, проводимые Франклином в Америке и Ломоносовым и Рихманом в России. Молния — это гигантская элек-



трическая искра! Сейчас трудно нам почувствовать сенсационность такого утверждения, но в то время многие простые люди, не то что ученые, восторженно приветствовали это открытие. Араго, собравший множество фактов, свидетельствующих о связи молнии с магнетизмом, чувствовал, что он на пороге нового открытия. Радость и досада — вот, возможно, те чувства, которые он испытал, увидев решение долго не дававшейся ему задачи. Решение, найденное Эрстедом.

Историки науки, наверно, еще долго будут оставаться в неведении и недоумении относительно обстоятельств открытия, которое стало сейчас чуть ли не классическим примером счастливой случайности. Не известна точно дата этого открытия: некоторые исследователи относят его к 1819, некоторые — к 1820 году. Кое-кто сомневается даже в авторстве Эрстеда. Однако не будем забегать вперед.

15 февраля 1820 года Эрстед, уже заслуженный профессор химии Копенгагенского университета, читал своим студентам лекцию. Лекция сопровождалась демонстрациями. На лабораторном столе находились источник тока, провод, замыкающий его замымы, и компас. В то время, когда Эрстед замыкал цепь, стрелка компаса вздрагивала и поворачивалась. При размыкании цепи стрелка возвращалась обратно. Это было первое экспериментальное подтверждение связи электричества и магнетизма, того, что так долго искали многие ученые.

Казалось бы, все ясно. Эрстед продемонстрировал студентам еще одно подтверждение давнишней идеи о всеобщей связи явлений. Но почему же возникают сомнения? Почему вокруг обстоятельств этого события впоследствии разгорелось так много споров? Дело в том, что студенты, присутствовавшие на лекции, рассказывали потом совсем другое. По их словам, Эрстед хотел продемонстрировать на лекции всего лишь интересное свойство электричества нагревать проволоку, а компас оказался на столе совершенно случайно. И именно случайностью объясняли они то, что компас лежал рядом с этой проволокой, и совсем случайно, по их мнению, один из зорких студентов обратил внимание на поворачивающуюся стрелку, а удивление и восторг профессора, по их

словам, были неподдельными. Сам же Эрстед в своих позднейших работах писал: «Все присутствовавшие в аудитории свидетели того, что я заранее объявил о результате эксперимента. Открытие, таким образом, не было случайностью, как хотел бы заключить профессор Гильберт из тех выражений, которые я использовал при первом оповещении об открытии». Так ли это важно в действительности — случайным или нет было открытие Эрстеда? И вообще, что это значит — «случайное открытие»? Случайно ли, например, что химик Эрстед читал лекции об электричестве? Разумеется, нет. Электричество было открыто сравнительно недавно\*), багаж знаний по электричеству в ту пору был невелик, занятия им не требовали какой-нибудь особой подготовки. Им могли заниматься и физики, и химики, и механики. Оборудование тоже было несложным, его могли сделать в любой мастерской. Поэтому в лекции Эрстеда, да и в ее оснащении, ничего случайного в общем не было. Набор для электрических и магнитных исследований был в то время весьма непритязателен — вольты столб, проводнички, лягушачьи лапки, магнит да компас. Как писал Брэгг (разработавший рентгеноструктурный анализ кристаллов), приходится удивляться не тому, что Эрстед случайно открыл действие электрического тока на магнитную стрелку, а тому, что открытия нужно было ждать целых двадцать лет, с момента изобретения вольтова столба. В десятках лабораторий имелись и вольтовы столбы, и проводнички, и компасы, и в течение двадцати лет эти предметы тысячи раз оказывались рядом. Неминуемо должно было однажды создаться такое положение, когда магнитная стрелка окажется наконец по соседству с провололочкой, замыкающей концы вольтова столба, повернется, и исследователь это заметит. И такого события пришлось ждать целых двадцать лет! Неизвестный студент на лекции Эрстеда выполнил в известном смысле свою историческую роль, взглянув на компас в подходящий момент. Его роль можно сравнить в чем-то с ролью матроса,

---

\*) Имеется в виду прежде всего изобретение в 1800 году итальянским физиком Алессандро Вольта первого непрерывно действующего источника электрического тока — так называемого вольтова столба.

крикнувшего Христофору Колумбу о новой земле — Америке. И еще. Случайно ли то, что именно Эрстед сделал открытие? Ведь счастливое сочетание нужных приборов, их взаимного расположения и «режимов работы» могло получиться в любой лаборатории? Да, это так. Но в данном случае случайность закономерна — Эрстед был в числе тогда еще немногих исследователей, изучающих связи между явлениями.

Вернемся, однако, к сути открытия Эрстеда. Нужно сказать, что отклонение стрелки компаса в лекционном опыте было весьма небольшим. В июле 1820 года Эрстед снова повторил эксперимент, используя более мощные батареи источников тока. Теперь эффект стал значительно сильнее, причем тем сильнее, чем толще была проволока, которой он замыкал контакты батареи \*). Кроме того, он выяснил одну странную вещь, не укладывающуюся в ньютоновские представления о действии и противодействии. Сила, действующая между магнитом и проволокой, была направлена не по соединяющей их прямой, а перпендикулярно к ней. Выражаясь словами Эрстеда, «магнитный эффект электрического тока имеет круговое движение вокруг него». Магнитная стрелка никогда не указывала на проволоку, но всегда была направлена по касательной к окружностям, эту проволоку опоясывающим. Как будто бы вокруг проволоки вихрились невидимые сгустки магнитных сил, влекущих легкую стрелку компаса. Вот чем поражен ученый. Вот почему в своем четырехстраничном «памфлете» он, опасаясь недоверия и насмешек, тщательно перечисляет свидетелей, не забывая упомянуть ни об одной из их научных заслуг.

Эрстед, давая в общем неправильное теоретическое толкование эксперименту, заронил глубокую мысль о вихревом характере электромагнитных явлений. «Вихреобразность» процесса долго не находила сторонников, большинство ученых были убеждены в том, что силы, действующие между проводником с током и магнитной стрелкой, — это обычные силы притяжения и отталкивания, подобные ньютоновским силам всемирного тяготения между электрическими

---

\*) Сейчас нам это кажется само собой разумеющимся: чем больше диаметр проволоки, тем меньше ее сопротивление и, стало быть, больше ток.

зарядами. Опыт Эрстеда доказывал не только связь между электричеством и магнетизмом. То, что открылось Эрстеду, было новой тайной, не укладывавшейся в рамки известных законов.

Мемуар Эрстеда вышел в свет 21 июля 1820 года. Мы не случайно датируем так точно. Дальнейшие события развивались в весьма непривычном для неторопливой тогда науки темпе. Уже через несколько дней мемуар появился в Женеве, где в то время был с визитом Араго. Первое же знакомство с опытом Эрстеда доказало ему, что найдена разгадка задачи, над которой бился и он, и многие другие. Впечатление от опытов было столь велико, что один из присутствующих при демонстрации поднялся и с волнением произнес ставшую впоследствии знаменитой фразу: «Господа, происходит переворот!»

Араго возвращается в Париж потрясенный. На первом же заседании Академии, на котором он присутствовал сразу по возвращении, 4 сентября 1820 года он делает устное сообщение об опытах Эрстеда. Записи, сделанные в академическом журнале ленивой рукой протоколиста, свидетельствуют, что академики просили Араго уже на следующем заседании, 22 сентября, показать всем присутствующим опыт Эрстеда, что называется, «в натуральную величину».

Сообщение Араго с особым вниманием слушал академик Ампер. Он, может быть, почувствовал в тот момент, что пришла его пора перед лицом всего мира принять из рук Эрстеда эстафету открытия. Он долго ждал этого часа — около двадцати лет, как Араго и как Эрстед. И вот час пробил — 4 сентября 1820 года Ампер понял, что должен действовать. Всего через две недели он сообщил миру о результатах своих исследований. Он высказал гениальную идею и сумел подтвердить ее экспериментально — все магнитные явления можно свести к электрическим. Так зародилась новая наука — электродинамика, теоретически связывающая электрические и магнитные явления. А еще через сорок лет электродинамика вошла составной частью в теорию электромагнитного поля Максвелла, до сих пор являющуюся нашим компасом в мире всех электромагнитных явлений.

После открытия почести посыпались на Эрстеда, как из рога изобилия. Он был избран членом многих

авторитетнейших научных обществ: Лондонского Королевского общества и Парижской Академии. Англичане присудили ему медаль за научные заслуги, а из Франции он получил премию в 3000 золотых франков, некогда назначенную Наполеоном для авторов самых крупных открытий в области электричества.

Принимая все эти почести, Эрстед не забывает о том, что новый век требует нового подхода к обучению науке. Он основывает в Дании общество для поощрения научных занятий и литературный журнал, читает просветительные лекции для женщин, поддерживает «маленького Ганса Христиана», своего тезку будущего великого писателя Ганса Христиана Андерсена. Эрстед становится национальным героем.

Эрстед скончался 9 марта 1851 года. Хоронили его ночью. Толпа из двухсот тысяч человек, освещая путь факелами, провожала его в последний путь. Звучали траурные мелодии, специально сочиненные в его память. Ученые, правительственные чиновники, члены королевской семьи, дипломаты, студенты, простые датчане ощущали его смерть как личную потерю. За многое они были благодарны ему. И не в последнюю очередь за то, что он подарил миру новые тайны.

*Нильсен И.* Ганс Эрстед. — Физика в школе, 1939, № 4.

*Каменецкий М. О.* Ганс Христиан Эрстед. — Наука и техника, 1937, № 18.

**НИКОЛАЙ ИВАНОВИЧ ЛОБАЧЕВСКИЙ**  
(1792—1856)

П. С. Александров

Жить — значит чувствовать, наслаждаться жизнью, чувствовать непременно новое, которое бы напоминало, что мы живем... Будем же дорожить жизнью, пока она не теряет своего достоинства. Пусть примеры в истории, истинное понятие о чести, любовь к отечеству, пробужденная в юных летах, дадут заранее... благородное направление страстям.

*Н. И. Лобачевский*

Для многих читателей, незнакомых с обликом Н. И. Лобачевского как ученого, культурного деятеля и просто человека, приведенные только что слова могут показаться неожиданными — настолько они противоречат ходячему представлению о специалисте — математике, все еще неотделимому от представлений об узком, кабинетном ученом. Представление это питается не только традицией, видящей в математике наиболее оторванную от жизни науку, а в ее представителях — сухих людей, живущих вне области действительных интересов и волнений человечества, но и биографиями некоторых даже очень больших математиков, как бы поддерживающими эту традицию. Лобачевский всей своей личностью, всеми черта-



ми своей деятельности идет вразрез с упомянутой традицией — в истории науки нелегко найти ученого, обладающего такой силой абстрактной мысли, весь жизненный облик которого был бы в то же время наполнен таким широким эмоциональным движением, такой патетикой в лучшем и наиболее подлинном смысле слова, как Лобачевский. И редко у кого личное научное творчество в такой мере, как у Лобачевского, переплеталось с большой общественно-культурной работой, с подлинным служением просвещению родной страны, составлявшим наряду с научным творчеством основное устремление всей жизни и всей личности Лобачевского. Гениальный ученый, принадлежащий — в такой мере, как лишь весьма немногие его сотоварищи по науке — всему человечеству, он в то же время всегда чувствовал себя борцом за русскую национальную культуру, каждодневным строителем ее, живущим ее интересами, болеющим ее нуждами.

Николай Иванович Лобачевский родился 1 декабря 1792 года в Нижегородской губернии в бедной семье мелкого чиновника.

Николай Лобачевский поступил в гимназию в 1802 году, в июле 1806 года был подвергнут испытанию, однако в университет вместе с некоторыми другими принят не был — «дабы могли себя больше усовершенствовать, и особенно в латинском»; к слушанию университетских лекций он был допущен лишь 9 января 1807 года, а в число студентов Казанского университета был принят 14 февраля того же 1807 года.

Серьезное увлечение студента Лобачевского математикой началось не сразу — имеются сведения, что он вначале готовил себя к занятиям медициной; его выдающиеся способности проявились скоро — уже весной 1809 года он был выбран в так называемые камерные студенты: так назывались студенты-отличники, избиравшиеся своими же товарищами для наблюдений за занятиями и поведением всех вообще студентов. Однако уже первый, очень лестный отзыв, который университетский инспектор дал Лобачевскому при утверждении его в звании камерного студента, дает почувствовать живой, экспансивный и шаловливый характер молодого студента, в сущно-

сти, еще мальчика (не забудем, что Лобачевскому весною 1809 года не было еще и 17 лет!).

В июле 1811 года по постановлению Совета Казанского университета Лобачевский, очевидно, за плохое поведение, звания кандидата не удостоивается, но уже на следующем заседании Совета возводится прямо в степень магистра (утвержден был в этой степени 3 августа 1811 года).

К этому времени Лобачевский уже студент-математик. В июне 1810 года Литтров\*) начинает заниматься с ним астрономией «для предварительного приготовления к деланию наблюдений», а в октябре 1811 года Бартельс\*\*) уже занимается с Лобачевским у себя на дому математикой по четыре часа в неделю, проходя с ним недавно вышедшие «Арифметику» Гаусса и первый том «Небесной механики» Лапласа — великие произведения математической мысли, с самого своего появления ставшие классическими. Одновременно Бартельс пишет восторженное письмо о Лобачевском попечителю учебного округа Румовскому. Наконец, в это же время Бартельс привлекает Лобачевского к педагогической работе со студентами на правах его, так сказать, приватного ассистента: «...сверх того, г. Лобачевский будет объяснять слушателям его, г. профессора, чего они недоразумевают»...

За частной ассистентурой у Бартельса не замедлило последовать и начало официальной педагогической деятельности Лобачевского: оно относится к 1812 году и выразилось в чтении скромных курсов арифметики и геометрии для готовящихся к экзамену «на чин».

26 марта 1814 года Лобачевский произведен в адъюнкты чистой математики; 1814/1815 учебный год является первым годом университетского преподавания Лобачевского; он читает в университете курс теории чисел по Гауссу и Лежандру. (Теорию чисел по Гауссу Лобачевский читает и в 1815/1816 учебном

---

\*) Литтров Иосиф Антонович — известный астроном, первый профессор астрономии Казанского университета, затем директор Венской астрономической обсерватории.

\*\*) Бартельс Мартин Федорович — выдающийся математик, доктор философии Йенского университета; с 1805 года — профессор Казанского университета по кафедре чистой математики.



году.) 7 июля 1816 года Лобачевский был утвержден в звании экстраординарного профессора Казанского университета. В 1816/1817 учебном году он читает в университете курс элементарной алгебры, геометрии и тригонометрии (плоской и сферической)—«по собственным тетрадам», т. е. не опираясь ни на какой определенный литературный источник, в 1817/1818 году — курс дифференциального и интегрального исчисления по Монжу и Лакруа. Лекции по геометрии, читавшиеся Лобачевским в 1816/1817 учебном году, представляют для нас особый интерес, так как на этих лекциях он, по-видимому, впервые вплотную подошел к тому вопросу, решение которого составило славу всей его жизни,— к вопросу об аксиоме параллельных. Правда, это первое соприкосновение с основным предметом всей его творческой деятельности было еще вполне традиционным — Лобачевский, так же как и многочисленные его предшественники в области неевклидовой геометрии, начал с попыток доказательства знаменитой аксиомы Евклида. Теперь благодаря дальнейшим работам Лобачевского мы знаем, что попытки эти не могли привести к удовлетворительному результату. Но такое начало было, конечно, не только естественным, но и единственно возможным как с исторической, так и с психологической точки зрения. Во всяком случае надо считать, что именно в эту пору, когда Лобачевскому было примерно 24 года, возникли первые его геометрические идеи, приведшие его через несколько лет к открытию неевклидовой геометрии.

Юность Лобачевского кончилась. Начался период полного раскрытия богатой и многообразной личности на всех путях взаимодействия с окружающим миром: началось научное творчество, исключительное по его отвлеченной математической силе, началась и быстро развивалась его изумительно многосторонняя, исполненная неумной энергии и страстного увлечения работа профессора — вскоре во всех отношениях первого профессора Казанского университета, началось его горячее участие во всех сторонах работы, организации и строительства университета, перешедшее затем в двадцатилетнее полное и единоличное руководство всей университетской жизнью.

Как уже сказано, Лобачевский с 1816 года — профессор Казанского университета; через два года начинается и его административно-организационная деятельность, различные формы которой сопутствуют ему далее в течение трех десятилетий его жизни: в августе 1818 года Лобачевский назначается членом Училищного комитета. В эти годы над Казанским университетом да и над всем вообще российским просвещением собирались темные тучи; реакционные тенденции последнего десятилетия царствования Александра I с каждым годом углублялись, становились все более гнетущими. Наступавшая эпоха в истории русской культуры известна под названием «эпохи Магницкого», по имени знаменитого своим мракобесием попечителя Казанского учебного округа. Казань делается, таким образом, центром и рассадником самой мрачной реакции, захватывающей все области культурной жизни. Тем большие трудности выпали на долю Лобачевского, который именно в ту пору должен был делать свои первые шаги на поприще организационной деятельности в области университетского образования. Между тем, как мы сейчас увидим, работа его на этом поприще быстрыми шагами развивалась: в декабре 1819 года Лобачевский вместе с профессором Вердерамо получает поручение привести в порядок университетскую библиотеку, находившуюся в крайне запущенном состоянии. Через месяц, в январе 1820 года, с уходом Вердерамо из университета, вся эта работа целиком ложится на плечи Лобачевского. Как и ко всякой взятой на себя работе, Лобачевский отнесся к своим тяжелым и утомительным библиотечным обязанностям с самоотверженной добросовестностью, тратя на их исполнение массу времени и сил. Тем не менее обстановка была такова, что в июне 1821 года он, «обманутый надеждой привести библиотеку в новый порядок», просит об освобождении его от работы в библиотеке.

В конце 1820 года на Лобачевского ложатся еще более ответственные обязанности: 19 ноября он избирается деканом физико-математического факультета. Однако и эта его деятельность заканчивается летом 1821 года, приблизительно одновременно с библиотечной деятельностью.

Профессорская деятельность Лобачевского в эти годы получила существенно новое содержание: ему поручают кафедры физики и астрономии. В связи с этим Лобачевский два учебных года (1819/1820 и 1820/1821) математические курсы не читает, отдавая себя всецело преподаванию физики и астрономии. Между прочим, Лобачевский и в дальнейшем не отказывается от преподавания физики и механики, продолжая интересоваться также астрономией и метеорологией. Преподавание математики было возобновлено Лобачевским в 1821/1822 учебном году.

Однако еще годом раньше, весной 1822 года, на Лобачевского налагаются новые, сложные и утомительные обязанности, не имеющие никакого отношения к его научной деятельности: образуется строительный комитет по постройке новых и приведению в порядок старых университетских зданий, членом которого избирается Лобачевский.

Как всегда, Лобачевский отнесся к своим новым обязанностям не только с добросовестностью и серьезностью, но и с огромным увлечением. Через три года, в 1825 году, Лобачевский — уже председатель строительного комитета. Специально изучив как инженерную технику строительного дела, так и собственно архитектуру, Лобачевский становится в значительной мере руководителем строительных работ и в техническом, и в художественном отношении. Многие наиболее удачные по архитектуре здания на территории Казанского университета являются осуществлением строительных замыслов Лобачевского. Таковы — анатомический театр, библиотека, астрономическая обсерватория.

Чуть ли не каждый год приносил Лобачевскому то или иное увеличение объема его организационной деятельности: в 1823 году Лобачевский вторично избирается деканом физико-математического факультета, в 1825 году он становится университетским библиотекарем, и ставит себе задачей, пусть очень большими трудами, но все же положить конец тому состоянию совершенного хаоса, в котором находилась библиотека Казанского университета. Наконец 30 июля 1827 года Лобачевский назначается ректором университета. На этом посту он пребывает целых девятнадцать лет — до 14 августа 1846 года.

Свои обязанности ректора Лобачевский понимал очень широко — от идейного руководства жизнью и работой университета в целом до личного вхождения в повседневные нужды университета. В качестве примеров энергии и активности, проявленных Лобачевским на благо университету, упомянем об его роли во время двух трагических событий, обрушившихся на население Казани в середине прошлого века. Первым из этих событий была холерная эпидемия 1830 года; эпидемия эта (бывшая частью холерной эпидемии 1829—1832 годов) свирепствовала в особенности в Поволжье и унесла многие тысячи жертв. Когда холера, распространяясь по стране, достигла Казани, Лобачевский сразу же принял в отношении университета героические меры: университет был фактически изолирован от всего остального города и превращен как бы в крепость. Было организовано проживание и питание студентов на самой университетской территории, все это при самом деятельном участии ректора Лобачевского.

Успех был велик — эпидемия прошла мимо университета, среди студентов и работников университета не было или почти не было случаев холерного заболевания. Энергичная и самоотверженная работа Лобачевского по борьбе с холерой произвела на все тогдашнее общество большое впечатление и официальные инстанции сочли необходимым ее отметить: Лобачевскому было выражено «высочайшее благоволение... за усердие по предохранению университета и других учебных заведений от холеры».

Другим стихийным бедствием, разразившимся над Казанью в эпоху ректорства Лобачевского, был пожар 1842 года. Во время этого ужасного пожара, уничтожившего часть города, Лобачевский вновь принял чрезвычайно энергичные меры по спасению университетских построек и оборудования. В частности, благодаря его распорядительности были сохранены библиотека и астрономические инструменты.

Интересно отметить, что, даже будучи ректором, Лобачевский не считал возможным отказаться от обязанностей библиотекаря в течение целых восьми лет: лишь в 1835 году, когда работа библиотеки могла считаться уже вполне налаженной, Лобачевский оставляет место библиотекаря,

Необходимо указать также на издательскую деятельность Лобачевского (с 1823 года он — член издательского комитета). Лобачевский впервые поставил издательское дело в Казанском университете на должную высоту. Он создал «Ученые записки» Казанского университета, явившиеся на смену реакционному и малосодержательному «Казанскому вестнику», организованному Магницким.

Избрание Лобачевского на пост ректора университета было лишь несколькими месяцами отделено от смены попечителя учебного округа: 6 мая 1826 года Магницкого отстранили от должности попечителя за денежные растраты. Отстранение Магницкого, да еще с такой скандальной мотивировкой, не могло не разрядить атмосферу и в округе, и в университете, и это облегчило положение Лобачевского, тем более, что новый попечитель, Мусин-Пушкин, очень уважал Лобачевского и в высшей степени считался с ним. Таким образом, становятся понятными те возможности, которые получил Лобачевский для своей организационной деятельности.

\* \* \*

...но вы, которых существование несправедливый случай обратил в тяжелый налог другим, вы, которых ум оупел и чувство заглохло, вы не наслаждаетесь жизнью! Для вас мертва природа, чужды красоты поэзии, лишена прелести и великолепия архитектура, незанимательна история веков. Я утешаюсь мыслью, что из нашего университета не выйдут подобные произведения растительной природы; даже не войдут сюда, если, к несчастью, родились с таким назначением. Не войдут, повторяю, потому, что здесь продолжается любовь славы, чувство чести и внутреннего достоинства.

*Н. И. Лобачевский*

Приведенные слова Лобачевского, как и те, которые приведены в начале этой статьи, — из его знаменитой речи «О важнейших предметах воспитания», произнесенной 5 июля 1828 года и являющейся программой для всей деятельности Лобачевского как воспитателя юношества. Несомненно, что именно воспитателем юношества в первую очередь чувствовал себя Лобачевский в многообразии своих ректорских

обязанностей. Все остальные стороны его организационной деятельности составляли только рамку для двух основных устремлений его жизни: творческой научной деятельности и воспитательной. Эта последняя воспринималась им с исключительной широтой и охватывала все стороны формирующейся личности молодого человека, начиная с физического развития и кончая специальным научным образованием. Проблемы воспитания интересовали Лобачевского во всем их объеме и самым горячим образом. Еще с 1818 года он состоял членом Училищного комитета, ведавшего средними и начальными школами, и с тех пор не терял из виду, наряду с вопросами университетского образования, и всех сторон собственно школьного преподавания. В частности, постоянно председательствуя в комиссии по приемным экзаменам в университет, Лобачевский прекрасно знал, с какими знаниями школьник того времени приходил в высшее учебное заведение.

Для самого Лобачевского были в высшей степени характерны разнообразие и широта интересов, входящих в его идеал гармонически развитой человеческой личности. И он много требовал от молодого человека, пришедшего в университет учиться: он прежде всего требовал от него, чтобы он был гражданином, который «высокими познаниями составляет честь и славу своего отечества». Он подчеркивает, что «одно образование умственное не довершает еще воспитания».

Заметим, между прочим, что Лобачевский уделял внимание и физическому развитию юношества, в частности, содействовал введению занятий гимнастикой в средней школе.

Лобачевский может служить примером, вероятно, самого крупного человека, выдвинутого нашей почтой двухсотлетней университетской жизнью. И даже если бы он не написал ни одной строчки самостоятельных научных исследований, мы должны были бы вспоминать о нем, как о значительнейшем нашем университетском деятеле. Но Лобачевский, кроме того, был еще и гениальным ученым.

Распределение научных открытий в жизни сделавшего их ученого не у всех одинаково: у одних оно более, или менее равномерно и требует если не всей

жизни, то во всяком случае значительную часть ее. У других, наоборот, основные идеи рождаются как бы одним сгустком, в течение более или менее короткого периода, а дальнейшая научная деятельность заключается в развитии, обработке и изложении как самих этих идей, так и всего того, что на их почве удается сделать.

Классическим примером ученого, у которого все основное в его научном творчестве осуществлялось как бы одним кратковременным взрывом, был Ньютон — все его великие открытия в основном вмещаются в одно пятилетие (1662—1667 годы), между 20 и 25 годами его жизни.

Лобачевский, по-видимому, принадлежит к тому же типу ученого. В 1815—1817 годах он еще пытается доказать пятый постулат (аксиому параллельных) Евклида, а в 1826 году он делает на факультетском заседании свой знаменитый доклад, содержащий уже все основы главного создания всей его жизни — неевклидовой геометрии. Конечно, еще многое Лобачевскому остается сделать: его основные работы по неевклидовой геометрии опубликованы лишь в тридцатых годах, а последняя из его работ, «Пангеометрия», написана в последний год его жизни; тем не менее можно смело утверждать, что все эти работы являются закономерным развитием идей, которыми были им полностью продуманы уже в 1826 году.

Как ученый Лобачевский является в полном смысле слова революционером в науке: до его открытий никому не приходило в голову сомневаться в том, что евклидова геометрия представляет собой единственную мыслимую систему геометрического познания, единственную мыслимую совокупность предложений о пространственных формах. Лобачевский предположил, что основные пространственные элементы геометрии, — точки, прямые, плоскости, — удовлетворяют всем основным требованиям евклидовой геометрии, кроме одного: требования, чтобы к данной прямой в данной содержащей ее плоскости можно было провести лишь одну параллельную (евклидова аксиома параллельных, или пятый постулат Евклида). Отвергнув эту аксиому, т. е. предположив, что возможно через данную точку к данной прямой провести по крайней мере две параллельные, Лобачев-

ский из этого предположения и остальных аксиом Евклида вывел стройную цепь теорем, не содержащих никакого противоречия и составляющих особую «геометрию», сильно отличающуюся от обычной, но столь же безупречную с чисто логической точки зрения. Таким образом, он пришел к следующим заключениям:

1. Евклидова аксиома параллельных недоказуема, т. е. не может быть выведена из других аксиом Евклида.

2. Наряду с обычной евклидовой геометрией можно, не впадая ни в какое противоречие, построить совершенно другую геометрию, причем вопрос о том, какая из двух геометрий фактически осуществляется в физическом мире, есть вопрос не математики, а физики: никаким математическим рассуждением этот вопрос решен быть не может, ответ может быть получен лишь проверкой на опыте.

Эти выводы Лобачевского современная наука полностью принимает с одной-единственной поправкой: мы считаем в настоящее время, что нельзя ставить столь просто и без дальнейших пояснений вопрос о том, какая именно абстрактно-геометрическая система осуществляется в физическом мире: основные геометрические понятия — точки, прямые и т. п., конечно, взяты из опыта, но не непосредственно, а получаются из опытных данных путем абстракций. Поэтому бессмысленно спрашивать, можно ли «на самом деле» через данную точку к данной прямой провести одну или две параллельные, так как «на самом деле», то есть в области непосредственных опытных данных, не обработанных математической абстракцией, не существует точек и прямых в том идеализированном смысле, в каком их понимает геометрия, а существуют лишь предметы, более или менее напоминающие точки и прямые. Тем более бессмысленно спрашивать о том, пересекутся ли две данные «физические прямые» (например, два световых луча), так как никогда и ни в каком физическом опыте эти «прямые» не даны во всей их бесконечной протяженности, а даны лишь большие или меньшие их отрезки. Поэтому единственное, что мы можем утверждать, оставаясь на почве опыта, это что евклидова геометрия является адекватной идеали-



зацией пространственных представлений, полученных в условиях наблюдения явлений, происходящих на земной поверхности, или, скажем, в масштабе Солнечной системы, но не выходящих из этих масштабов слишком далеко ни в ту, ни в другую сторону, т. е. с одной стороны, не ставящих вопрос о геометрии «мира как целого», а с другой,— не идущих в «микромир», скажем, в пределы атомного ядра.

Геометрия «мировых областей» средней величины есть, конечно, евклидова геометрия,— в том смысле, что евклидова геометрия с вполне достаточной точностью описывает все то, что мы в этих областях действительно наблюдаем. Если же выйти за их пределы, то, как обнаруживается в современной физике, могут понадобиться системы, гораздо более сложные, чем даже и неевклидова геометрия, в том смысле, как ее понимал Лобачевский. Тем более нельзя говорить о «единой», неподвижной геометрии, раз и навсегда охватывающей все разнообразие пространственных соотношений, которые наше познание способно рассматривать отдельно от окружающего нас материального мира. Бессмертной заслугой Лобачевского является то, что он впервые пробил брешь в восприятии геометрии как единственной мыслимой логической системы.

Вполне понятно, что, придя к столь смелым выводам, Лобачевский не мог рассчитывать не только на признание, но даже на простое понимание своих идей — потребовалось полвека для того, чтобы эти идеи вошли в математическую науку и сделались неотъемлемой ее составной частью. Поэтому при своей жизни Лобачевский попал в тяжелое положение «непризнанного ученого». В такое же положение попал и его современник, венгерский ученый Янош Бойяи, который пришел к неевклидовой геометрии независимо от Лобачевского, хотя и опубликовал свои результаты несколько позднее его. Но какая разница между двумя этими учеными! Если Бойяи был, если так можно выразиться, придавлен непризнанием своих идей и так и не нашел никакого выхода из создавшегося для него в силу этого действительно глубоко драматического положения, то Лобачевский нашел выход в разнообразной кипучей деятельности. Сила личности Лобачевского восторже-

ствовала не только над всеми трудностями времени, в которое он жил, восторжествовала она и над тем, что ученому, может быть, труднее всего пережить: над идейной изоляцией, над полным непониманием того, что ему было дороже и нужнее всего — его научных открытий и идей. Не обнаружив никакого противоречия в созданной им геометрической системе и получив полную уверенность в том, что никакого противоречия в ней нет и не может быть, Лобачевский доказательства непротиворечивости не дал и этим открыл возможность для различных субъективных оценок произведенного им переворота в геометрии. Он умер, не дождавшись того, чтобы основное дело всей его жизни было понято и оценено.

Из иностранных математиков только Гаусс понял и оценил Лобачевского вполне. Гауссу же принадлежит и инициатива единственной научной почести, которая выпала на долю Лобачевского: по представлению Гаусса Лобачевский был избран в 1842 году членом-корреспондентом Гёттингенского Королевского общества наук.

Право на бессмертие в истории науки Лобачевский, несомненно, завоевал своими геометрическими работами; но не следует все же забывать, что и в других областях математики он стоял на уровне современного ему знания и опубликовал ряд работ по математическому анализу, алгебре и теории вероятностей, а также по механике, физике и астрономии.

Если двадцатые и тридцатые годы XIX века были периодом высшего расцвета как творческой, так и научно-педагогической и организационной деятельности Лобачевского, то с середины сороковых годов, и притом совершенно внезапно, для Лобачевского наступил период бездействия. Событием, принесшим с собой трагический перелом всей его жизни, было увольнение его 14 августа 1846 года с должности ректора. Это произошло вопреки желанию как самого Лобачевского, так и Совета университета. Одновременно произошло и увольнение Лобачевского с должности профессора по кафедре чистой математики. Последнему акту сам Лобачевский, быть может, дал некоторый повод, так как, исполняя с весны 1845 года обязанности попечителя округа вместо переведенного в Петербург Мусина-Пушкина, он,

препровождая в министерство постановление Совета университета об избрании его на новое пятилетие на кафедру математики, присовокупил, что «готов отказаться от должности в пользу достойного молодого человека, каков доктор математики Попов».

Увольнение Лобачевского имело все черты грубой служебной дискриминации, граничащей с прямым оскорблением. Такова была официальная благодарность правительства императора Николая I не только величайшему русскому ученому XIX века, но и крупнейшему нашему университетскому деятелю.

Вполне понятно, что Лобачевский, для которого его деятельность на поприще университетского образования, да и вообще народного просвещения, была большой и незаменимой частью всей его жизни, воспринял свою отставку как тяжелый, непоправимый удар. Особенно тяжел был этот удар, конечно, потому, что он разразился в ту эпоху жизни Лобачевского, когда его научная работа в основном была уже закончена и, следовательно, университетская деятельность естественно становилась основным содержанием его жизни. Если к этому прибавить исключительно деятельный характер Лобачевского и иметь в виду его привычку, созданную десятилетиями, быть в организационных делах именно руководителем, а не рядовым участником (привычка, на которую Лобачевский воистину имел право!), то размеры разразившейся над ним катастрофы станут вполне ясными. Лобачевский от этой катастрофы оправиться не смог. С весны 1847 года он фактически совершенно отстранился от участия в делах как учебного округа, так и университета. Началась старость — преждевременная, но тем более гнетущая, с прогрессирующими признаками парадоксально раннего одряхления. Его здоровье быстро ухудшалось. Он стал слепнуть и к концу своей жизни ослеп совершенно. Его последнее научное произведение — «Пангеометрия» — писалось уже под диктовку. Ко всему этому присоединилась еще смерть сына. Разбитый жизнью, больной, слепой старик, Лобачевский умер 12 февраля 1856 года.

*Васильев А. В. Н. И. Лобачевский. — СПб.: 1914.*

*Модзалевский Л. Б. Материалы для биографии Н. И. Лобачевского, — М. — Л.: 1948*

## НИЛЬС ХЕНРИК АБЕЛЬ (1802—1829)

Н. Я. Виленкин, В. П. Лишевский

В центре Осло, в Королевском парке, установлен памятник выдающемуся норвежскому математику Нильсу Хенрику Абелю. Но сам Абель воздвиг себе более впечатляющий памятник. Теоремы Абеля, абелевы интегралы, уравнения Абеля, абелевы группы, преобразования Абеля навечно вошли в различные разделы математики, причем все свои результаты Абель получил за семь лет творчества: он умер, когда ему еще не было 27 лет.

Абель родился 5 августа 1802 года в небольшой деревушке Финней на юге Норвегии, в семье пастора. Нильс был вторым сыном; он рос хрупким болезненным мальчиком.

Осенью 1815 года пастор Абель отправил двух своих старших сыновей в Христианию (так называлось тогда Осло), в Кафедральную школу. До тех пор он учил их сам.

Школа не оправдала ожиданий Нильса. Еще в 1811 году лучшие учителя ушли в только что организованный университет. Новые преподаватели не отличались глубокими знаниями. Зачастую они избивали учеников. Особенно жесток был преподаватель математики Бадер. Неудивительно, что вскоре Нильс охладел к учебе и перестал получать отличные отметки даже по математике. Только посещения театра, который Абель горячо любил, игра в шахматы и беседы с друзьями скрашивали жизнь подростка.



Все изменилось в один из дней 1818 года. Бадер так сильно избил одного ученика, что тот через несколько дней скончался. Бадера уволили, и в школу пришел новый учитель математики Бернт Микель Хольмбое. Сам Хольмбое почти ничего не сделал в математике, зато он первым заметил и выпестовал математический талант Нильса Абеля.

Основная цель Хольмбое заключалась в том, чтобы заинтересовать своих учеников математикой. Очень скоро Нильс искренне увлекся «королевой наук» и стал решать сложные задачи, недоступные его товарищам. Впоследствии Хольмбое писал: «Абель со всем пылом отдался занятиям математикой и продвигался вперед с быстротой, отличающей гения. Через короткий срок он совершенно освоился с элементарной математикой и попросил меня заняться с ним высшей. По собственной инициативе он глотал одну за другой книги Лакруа, Франкера, Пуассона, Гаусса, Гарнье и с особенным интересом — работы Лагранжа. Он уже начал самостоятельно разбираться в некоторых разделах математики».

Вскоре в отчете Хольмбое появился такой отзыв об Абеле: «Несомненный математический гений... Он сочетает, безусловно, гениальные математические способности с неистощимым интересом к науке. Если с ним ничего не случится, он станет большим математиком». В первоначальном варианте отчета стояло даже «самым выдающимся математиком мира»; но, по-видимому, школьное начальство решило, что такая оценка слишком высока для семнадцатилетнего юноши.

Еще не закончив школу, Абель начал самостоятельные исследования. Со свойственной юности самонадеянностью он принялся за задачу, не подававшуюся усилиям многих выдающихся математиков XVII и XVIII веков — за решение уравнения пятой степени. После того как в XVI веке Тарталья получил формулу для решения кубических уравнений, а Феррари — для решения уравнений четвертой степени, перед математиками встала задача: вывести формулу, выражающую корни уравнения пятой степени

$$a_0x^5 + a_1x^4 + a_2x^3 + a_3x^2 + a_4x + a_5 = 0$$

через коэффициенты  $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$  с помощью арифметических действий и извлечений корней. Хотя при исследовании этой задачи были получены многие важные результаты, ее окончательное решение никому не удавалось. После нескольких недель напряженной работы Абелю показалось, что задача решена — искомые формулы получены. Работу юного математика проверяли и Хольмбое, и многие профессора университета в Осло, и крупнейший из скандинавских математиков профессор Копенгагенского университета Деген. Никто из них не смог найти ошибки в его вычислениях. Но Деген дал юноше дельный совет: проверить полученные формулы на конкретных уравнениях. И тут оказалось, что ответы получаются неверными: формулы Абеля были ошибочными.

Закончив в 1821 году школу и выдержав экзамен в университет, Нильс обратился с просьбой предоставить ему бесплатное общежитие и стипендию. Стипендия была ему необходима: в 1820 году отец Абеля скончался, оставив семью без средств к существованию.

Университет не располагал средствами, но несколько профессоров, зная об исключительной одаренности молодого студента, «дабы сохранить для науки это редкое дарование», решили выплачивать ему стипендию из своих личных средств. «Эту заботу,— писал Хольмбое,— Нильс Хенрик вполне заслужил своим постоянным усердием и примерным поведением».

Получив стипендию, Абель выписал к себе младшего брата, чтобы облегчить жизнь других членов семьи. Небольшой стипендии, едва рассчитанной на одного, не могло хватить на двух молодых людей, и Нильсу пришлось подрабатывать репетиторством. С этого времени и до самой смерти Нильс был вынужден ежедневно думать о том, как заработать немного денег, чтобы не умереть с голоду и расплатиться с многочисленными долгами.

В июне 1822 года Абель успешно сдал экзамены за первый курс и получил звание кандидата философии. За время учебы в школе и университете он прочел все книги по математике, которые смог достать, и неустанно размышлял над математическими проб-

лемами. Вскоре у него появились печатные работы. К несчастью, они остались незамеченными, так как были написаны на норвежском языке, а этого языка не знал никто из выдающихся математиков того времени. Одна из работ была посвящена нахождению линии, по которой материальная точка падает по заранее предписанному закону. Абель свел решение этой задачи к уравнению, в котором искомая функция находится под знаком интеграла. Теперь такие уравнения называют интегральными.

Никто до Абеля интегральных уравнений не решал: математики того времени интересовались дифференциальными уравнениями, то есть уравнениями, содержащими производные от искомых функций. Лишь в конце XIX века стала развиваться общая теория интегральных уравнений, и тогда поняли, что Абель на многие десятилетия предвосхитил будущие математические исследования.

Зимой 1822—1823 годов Абель написал работу, посвященную интегрированию функций.

Если проинтегрировать любую элементарную функцию, то снова получится элементарная функция. А вот с интегрированием дело обстоит сложнее. Проинтегрировать какую-то функцию, — значит, найти новую функцию, производная от которой равна данной. Поиски этой функции обычно велись, как писал сам Абель, на ощупь; ученый ждал озарения, позволявшего ему вычислить тот или иной интеграл. Результаты проведенных поисков были подытожены в фундаментальном сочинении одного из величайших математиков XVIII века Леонарда Эйлера «Интегральное исчисление». Но многие интегралы все же не поддавались вычислению. И непонятно было, в чем тут дело: в недостаточной прозорливости ученых или в том, что эти интегралы невозможно выразить через элементарные функции.

Абель подошел к вопросу с совершенно новой точки зрения. Он решил выяснить, при каких условиях интеграл от данной функции можно выразить через элементарные функции.

Его работа, по-видимому, содержала очень интересные математические идеи; дать же ей точную оценку невозможно: рукопись впоследствии бесследно исчезла, и мы можем судить о ней лишь по сухим

строчкам протоколов ученого совета и наметкам, разбросанным в других рукописях Абеля.

В жизни Абеля она сыграла важную роль: после девятимесячного изучения (видно, жива была еще память о неудаче Абеля с уравнениями пятой степени) профессора одобрили эту работу и решили, что Абель заслуживает материальной поддержки от государства. Кроме того, его послали провести каникулы в Копенгагене и обещали по окончании университета послать за границу для продолжения образования.

Копенгагенские каникулы (1823 года) были полны незабываемых впечатлений. Абель встречается с местными математиками и думает над Великой теоремой Ферма.

Хотя Абелю и не удалось доказать эту теорему (она не доказана и поныне!), он получил ряд интересных результатов. Например, он доказал, что если натуральные числа  $a, b, c$  являются решением уравнения  $a^n = b^n + c^n$  ( $n > 2$ ), то  $a$  должно иметь одну из форм  $\frac{1}{2}(x^n + y^n + z^n)$ ,  $\frac{1}{2}(x^n + y^n + n^{n-1}z^n)$ , где  $x, y, z$  взаимно простые числа. Эти результаты были опубликованы лишь после смерти Абеля.

Профессор Деген посоветовал Абелю заняться теорией так называемых эллиптических интегралов.

Математики уже давно разделили все функции на алгебраические и трансцендентные. Алгебраическими называют функции  $y=f(x)$ , которые удовлетворяют какому-нибудь уравнению вида

$$p_0(x)y^n + p_1(x)y^{n-1} + \dots + p_n(x) = 0, \quad (1)$$

где  $p_0(x), \dots, p_n(x)$  — многочлены от  $x$ . Например, функция  $y = \sqrt{x^3 - 1} + x$  алгебраична, так как удовлетворяет уравнению  $(y - x)^2 = x^3 - 1$ , т. е.  $y^2 - 2xy - x^3 + x^2 + 1 = 0$ . Вообще, любая функция, получающаяся из чисел и переменной с помощью арифметических операций и извлечений корней, алгебраична, хотя существуют алгебраические функции, которые нельзя получить таким способом. Функции же, не удовлетворяющие никакому уравнению вида (1), называют трансцендентными. К ним относятся, в частности, изучаемые в школе показательная, логарифмическая, тригонометрические и обратные тригонометрические функции.



При дифференцировании некоторые трансцендентные функции превращаются в алгебраические, например,

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}, \quad (\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}},$$

$$(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}.$$

Действие, обратное дифференцированию, как известно, называется интегрированием. Значит, при интегрировании из некоторых алгебраических функций получаются трансцендентные функции. Однако не для всех алгебраических функций их интегралы выражаются через элементарные функции, изучаемые в школе. Например, при вычислении длины дуги эллипса получается интеграл вида

$$\int \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-kx^2)}}.$$

Если  $k = 0$ , интеграл равен  $\arcsin x$  (дело в том, что случаю  $k = 0$  отвечает эллипс с равными полуосями, т. е. окружность, а  $\arcsin x$  связан с длиной дуги окружности). При других же значениях  $k$  выразить этот интеграл через элементарные функции не удастся. Пришлось ввести новый класс трансцендентных функций — эллиптические интегралы. Так назвали интегралы, содержащие квадратные корни из многочленов четвертой степени. Целый ряд замечательных результатов о таких интегралах получили Эйлер, Гаусс, Лежандр.

Абелю удалось найти весьма общую формулу, частными случаями которой были многие ранее известные соотношения для таких интегралов. Вскоре он пришел к идее, позволившей коренным образом изменить всю тематику этого направления: вместо эллиптических интегралов изучать обратные им функции. При  $k = 0$  это соответствует переходу от изучения функции  $y = \arcsin x$  к изучению обратной ей функции  $y = \sin x$ . Новые функции получили название эллиптических. Так как  $(\sin x)' = \cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x}$ , функция  $y = \sin x$  удовлетворяет дифференциальному уравнению  $y' = \sqrt{1 - y^2}$ . Абель поставил перед собой задачу получения дифференциальных уравнений для эллиптических функций и блестяще справился с ней. Он доказал также, что эллиптические функции явля-

ются периодическими. Оказалось, что, в отличие от тригонометрических функций, эллиптические функции имеют два периода, причем один из них — действительный, а другой — комплексный. Это потребовало углубления в только что созданную в то время теорию функций комплексной переменной.

Вернувшись из Копенгагена, Абель снова занялся алгебраическими уравнениями. Анализируя свое решение уравнения пятой степени, он понял, что ложным было не только это решение, но и сам подход к задаче. Вот что написал он об этом позже:

«Одной из интереснейших проблем алгебры является алгебраическое решение уравнений. Почти все выдающиеся математики исследовали этот вопрос. Без труда были получены общие выражения для корней уравнений первых четырех степеней. Для решения этих уравнений был открыт единый способ и надеялись, что он применим к уравнениям любой степени; но, несмотря на все усилия Лагранжа и других выдающихся математиков, поставленная цель не была достигнута... Предполагали решать уравнения, не зная, возможно ли это решение. В случае существования решения могли его получить, ничего о нем предварительно не зная; но если, к несчастью, решение не существовало, то его могли бы тщетно искать целую вечность. Для того чтобы получить наверняка некоторые результаты по этому вопросу, надо было выбрать иную дорогу, придав проблеме такой вид, чтобы она была всегда разрешима, а это можно сделать с любой проблемой. Вместо того, чтобы искать некоторое соотношение, не зная, существует оно или нет, надо спросить, возможно ли такое соотношение... Этот метод, который, без сомнения, является единственно научным, поскольку лишь он позволяет быть заранее уверенным в достижении поставленной цели, мало применяется в математике только потому, что его применение связано с исключительными трудностями...».

Абелю удалось преодолеть эти трудности: он доказал, что общее уравнение пятой степени неразрешимо в радикалах — решения такого уравнения нельзя выразить через его коэффициенты с помощью арифметических действий и извлечения корней.

Таким образом, проблема, над которой математики бились веками, к началу 1824 года была полностью

решена. Чтобы скорее сделать полученный результат достоянием математиков, Абель отпечатал брошюру с доказательством на французском языке за свой счет; из-за отсутствия средств ему пришлось сократить изложение до шести страниц и предоставить читателю додумать детали многих рассуждений. Неудивительно, что лишь немногие математики смогли полностью разобраться в содержании этой работы. Даже Гаусс, больше всех интересовавшийся теорией алгебраических уравнений, затерял брошюру Абеля среди своих бумаг. Впоследствии Абель опубликовал развернутое доказательство своей теоремы, занявшее несколько десятков страниц.

Вскоре выяснилось, что за несколько лет до Абеля аналогичный результат получил и итальянский ученый Паоло Руффини. И хотя доказательство Руффини было неполным, все же теорему о неразрешимости уравнения пятой степени в радикалах теперь называют теоремой Руффини — Абеля.

Но хотя общее уравнение пятой степени и нельзя решить в радикалах, существует целый ряд частных случаев, в которых такое решение возможно. Например, разделить угол  $\alpha$  на  $n$  равных частей значит выразить  $\cos \alpha$  через  $\cos (\alpha/n)$  и решить получившееся уравнение относительно  $\cos (\alpha/n)$ . Так как  $\cos \alpha = 4\cos^3(\alpha/3) - 3\cos(\alpha/3)$ , то при  $n = 3$  получаем кубическое уравнение  $4x^3 - 3x = \cos \alpha$ , которое, как и всякое кубическое уравнение, решается в радикалах. Оказывается, такие уравнения решаются в радикалах при любых значениях  $n$ . Аналогичные уравнения получаются и при переходе от тригонометрических функций к эллиптическим. Абелю удалось написать эти уравнения, выразив эллиптические функции аргумента  $x$  через функции аргумента  $x/n$ .

Абель знал, что вопрос о разрешимости уравнения в радикалах связан с соотношениями между корнями уравнения. Например, все корни уравнения

$$x^{n-1} + x^{n-2} + \dots + x + 1 = 0, \quad (2)$$

возникающего при делении круга на  $n$  частей (поэтому уравнение (2) называется уравнением деления круга), можно выразить через один из них следующим образом:

$$x_2 = x_1^2, \quad x_3 = x_1^3, \dots, x_{n-1} = x_1^{n-1}.$$

Функции  $y = x$ ,  $y = x^2$ , ...,  $y = x^{n-1}$  рациональны. При этом они обладают следующим замечательным свойством: если взять любые две такие функции, заменить в одной из них  $x$  другой функцией и вместо  $x$  подставить  $x_1$ , то полученное число снова будет одним из корней уравнения. В самом деле, из уравнения (2) следует, что  $x_1^n = 1$ , а потому  $(x_1^k)^l = x_1^{kl} = x_1^m$ , где  $m$  — остаток от деления  $kl$  на  $n$ .

Абель понял, что именно с этим свойством связана разрешимость в радикалах уравнения деления круга. Поэтому он рассмотрел такие уравнения, что:

а) все корни каждого из них могут быть представлены в виде рациональных функций от одного из корней, например, от  $x_1$ :

$$x_1 = \theta_1(x_1), \quad x_2 = \theta_2(x_1), \quad \dots, \quad x_n = \theta_n(x_1);$$

б) функции  $\theta_1(x)$ , ...,  $\theta_n(x)$  таковы, что для любых  $k$  и  $l$  найдется такое  $m$ , что

$$\theta_l[\theta_k(x_1)] = \theta_m(x_1).$$

Оказалось, что для разрешимости уравнения в радикалах достаточно выполнения еще одного условия: для любых  $k$  и  $l$   $\theta_k[\theta_l(x_1)] = \theta_l[\theta_k(x_1)]$ . Иными словами, нужно, чтобы не имело значения, подставим ли мы  $\theta_k(x_1)$  в  $\theta_l(x)$  или  $\theta_l(x_1)$  в  $\theta_k(x)$ . С тех пор совокупности преобразований, результат последовательного выполнения которых не зависит от порядка выполняемых преобразований, называют абелевыми (или коммутативными).

При изучении эллиптических функций и интегралов Абель широко использовал теорию степенных рядов. (Степенным рядом называется выражение вида  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n + \dots$ ) Он доказал, что множество значений  $x$ , для которых сходится ряд \*)

$$a_0 + a_1 x + \dots + a_n x^n + \dots,$$

является или промежутком вида  $] -l, l[$  (где  $l$  может также равняться нулю или бесконечности), или таким

---

\*) Это значит, что существует

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_0 + a_1 x + \dots + a_n x^n).$$

же промежутком, к которому присоединены один или оба конца. Он доказал, что на промежутке сходимости степенной ряд можно почленно дифференцировать и интегрировать и исследовал поведение суммы ряда при приближении  $x$  к концам промежутка сходимости. Все эти результаты сразу после их опубликования стали классическими и вошли во все курсы высшей математики.

Описанный круг идей Абель разрабатывал на протяжении 1824—1826 годов, когда, окончив университет, отправился за границу для продолжения образования. Он побывал в Германии, Австрии, Италии, Швейцарии, Франции, Бельгии, познакомился с Якобом Штейнером, Андриеном Лежандром, Огюстеном Коши и многими другими математиками.

30 октября 1826 года на очередном заседании Парижской Академии наук ее бессменный секретарь Фурье представил собравшимся норвежского математика Нильса Хенрика Абеля и его «Мемуар об общих свойствах весьма широкого класса трансцендентных функций». Заключение о представленной работе было поручено дать Лежандру и Коши. Докладчиком утвердили Коши. Трудно было найти менее подходящую кандидатуру: Коши был настолько увлечен собственными исследованиями, что у него не оставалось времени ни на что другое. «Мемуар» Абеля затерялся среди рукописей, загромождавших кабинет Коши. Напрасно Абель ждал признания французских ученых: «Мемуар» нашелся только после его смерти \*).

Сохранились воспоминания одного математика о парижском периоде жизни Абеля: «Абель одинаково хорошо говорил на французском, немецком, датском и норвежском языках. Он был немного выше среднего роста, на его худощавом болезненном лице лежала печать утомления и тревоги. Держался он с необычайной скромностью и легко терялся, проявляя удивительную мягкость характера. Судя по простоте, с которой он одевался, по тому, что он позволял покушать себе какую-нибудь еду не более одного раза в день и довольствовался весьма бедной квартирой на улице Сент-Маргерит, он располагал очень скудными

---

\*) Такую же трагическую роль Коши сыграл в судьбе другого молодого гения — Эвариста Галуа.

средствами. Однажды Абель встретил какого-то человека, который показал ему следы побоев на своем теле и посоветовал остерегаться грабителей. «Мне нечего бояться. Что могут отнять у меня грабители?» — с улыбкой ответил ему Абель.

Он в самом деле походил на того мудреца, все сокровища которого хранились в голове. Если говорить о таком богатстве, Абель действительно владел несметным состоянием».

Оставаясь в Париже, Абель продолжал работать над общей теорией эллиптических функций. В письме к Бернту Хольмбое он сообщал: «Я открыл столько замечательных теорем, что просто не верится».

Скоро Абель понял, что денег, отпущенных ему на заграничную командировку, не хватит на все время и решил вернуться домой. На обратном пути он заболел туберкулезом. Эта болезнь впоследствии и свела его в могилу.

20 мая 1827 года Абель вернулся в Осло. После восторженной встречи и торжественных приемов наступили разочаровывающие будни. Нильс понял, что он никому не нужен; ему даже не предоставили места с постоянным заработком, например, преподавателя в университете или хотя бы школьного учителя. Абель был вынужден обратиться с прошением в Коллегию университета: «В настоящий момент я не располагаю никакими средствами к существованию. В этом положении я нахожусь с момента возвращения на родину и буду оставаться до тех пор, пока не получу назначения. Для того чтобы как-то зарабатывать себе на жизнь, мне придется почти полностью отказаться от научных занятий... Вот почему я осмеливаюсь обратиться в высокоуважаемую Коллегию с просьбой оказать мне помощь в той форме, которая будет сочтена наиболее удобной».

4 сентября 1827 года Коллегия приняла решение выплачивать Абелю 200 талеров в год — ровно столько, сколько он получал в студенческие годы.

В марте 1828 года профессор Ханстин, руководивший научными занятиями Абеля в университете, отправился в экспедицию в Сибирь. Своим заместителем на время научной командировки Ханстин рекомендовал Абеля.

Нильс начал вести занятия по механике и астрономии в университете и в Военной академии, где ранее преподавал Ханстин. Теперь Абель получал значительное по тем временам жалование: 533 талера в год, но жил по-прежнему очень бедно. Все деньги уходили на погашение накопившихся долгов.

В том же году Нильса Хенрика Абеля избрали в Королевское научное общество Норвегии. Это было единственным официальным признанием заслуг Абеля, которого он удостоился при жизни.

Но март 1828 года принес Абелю не только радости: читая журнал «Астрономические известия», он обнаружил, что его тематикой очень успешно занимается еще один ученый — немецкий математик Карл Густав Якоби.

Весь 1828 год прошел в соперничестве двух молодых ученых. За этим «состязанием» с большим интересом следил геттингенский отшельник Гаусс: ведь в его юношеских дневниках, написанных, когда ни Абеля, ни Якоби еще не было на свете, содержались многие совершаемые ими открытия. Но Гаусс не торопился печатать свои результаты: о них узнали только из посмертной публикации его дневников. Ни Абеля, ни Якоби в это время уже не было в живых. Они и не подозревали о работах своего великого предшественника, хотя не только их теоремы, но даже иногда и обозначения совпадали с гауссовскими. Все же в одной области Абель превзошел не только Якоби, но и Гаусса. Он разработал общую теорию интегралов от алгебраических функций, частным случаем которой являлась теория эллиптических функций. Именно этот мемуар лежал непрочитанным среди бумаг Коши.

Соперничество с Якоби было нелегким для Абеля. Он недосыпал, недоедал; все это сказывалось на его здоровье. Абеля часто лихорадило, усилился кашель.

В середине декабря 1828 года Абель решил поехать на рождественские праздники к своим друзьям во Фроланд. Хотя врач Абеля возражал против этого путешествия, Нильс все же решил ехать. Он приехал во Фроланд 19 декабря. В дороге Абель сильно простудился. Его беспокоили кашель, озноб, но Нильс продолжал заниматься математикой. Отъезд из Фроланда был назначен на 9 января. В этот день с утра

Абеля ожидали запряженные сани. Но перед самым отъездом Нильсу стало плохо. Вызванный врач предписал постельный режим и полный покой. Недели через две-три наступило улучшение, но оно оказалось недолгим. 21 февраля по просьбе Нильса врач написал в письме в Коллегию, что в связи с болезнью Абель не сможет приступить к исполнению своих обязанностей в университете ранее весны 1829 года.

Надеждам врача на выздоровление Абеля не суждено было сбыться. Нильс слабел все больше и больше. В марте он уже почти не вставал с постели. 6 апреля в 4 часа дня Абель умер.

Признание гения Абеля произошло лишь после его смерти. 11 июня 1829 года на заседании Парижской Академии наук Лежандр объявил о смерти Абеля. Теперь Коши потребовалась всего неделя, чтобы подготовить свое заключение. На очередном заседании Академия заслушала сообщение Коши и приняла решение опубликовать «Мемуар» Абеля в серии работ иностранных ученых и присудить Абелю вместе с Якоби Большую премию за выдающиеся математические открытия.

В заключение приведем несколько высказываний выдающихся математиков об Абеле.

Из письма Гаусса к Шумахеру: «...Это большая потеря для науки. Если где-нибудь будет опубликована биография этого в высшей степени замечательного человека и Вам попадетсЯ в руки экземпляр, дайте мне знать».

Из письма Лежандра к Якоби: «...К своему величайшему огорчению, получил известие, что Ваш достойный соперник, господин Абель, умер... Это тяжелая потеря для всех, кому дорого развитие высших разделов математического анализа. Прoжив совсем короткую жизнь, он успел сделать так много, что этого вполне достанет на то, чтобы оставить о нем долгую память; легко представить себе, чего бы он достиг, если бы судьба решила иначе».

Из письма Якоби к Лежандру: «...Пришла печальная весть о смерти Абеля... Как поразительно широк круг вопросов, которыми он занимался!.. Он ушел от нас, но след, который он оставил, неизгладим».

Оре О. Замечательный математик Нильс Хендрик Абель. — М.: 1961.

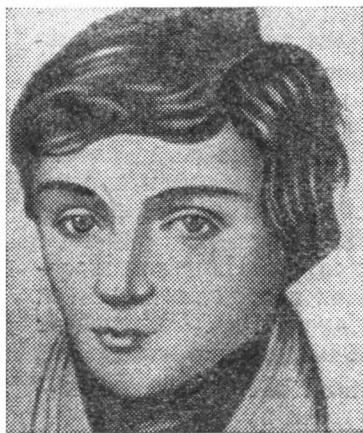


Н. Я. Виленкин, В. П. Лишевский

«У меня нет времени... У меня нет времени!» Эти слова, нацарапанные майской ночью 1832 года почти неразборчивыми каракулями на листке, сплошь исписанном алгебраическими формулами, кричат о самой удивительной и трагической судьбе, которая когда-либо выпадала на долю ученого, — о судьбе Эвариста Галуа. Непризнанный гений, отверженный ученый, одинокий и непримиримо честный. В ночь перед дуэлью двадцатилетний юноша писал в последний раз, писал, прощаясь с друзьями, с наукой, с жизнью.

Эварист Галуа родился 26 октября 1811 года в городке Бур-ля-Рен в семье директора пансиона. Его мать, Аделаида-Мари, дочь доктора прав Парижского университета, дала своему сыну хорошее гуманитарное образование. Его любимые авторы — Плутарх и Тит Ливий, Корнель и Расин — учили, что нет большего счастья, чем отдать жизнь за свободу своей родины.

В двенадцать лет Эварист поступил в Парижский лицей Людовика Великого. Там он стал одним из лучших — похвальные листы и призы за латинские стихи и переводы с греческого сыпались на него один за другим. Однако Эварист довольно быстро охладевает к литературе и истории и остается на второй год в классе риторики. Его работу оценили как посредственную, поведение — как рассеянное, ум — как слишком юный. Галуа воспользовался своим возвращением на повторный курс для того, чтобы



одновременно учиться и в математическом классе. Там сразу обнаружили его исключительные математические способности. Элементарные книги по алгебре не удовлетворяли юношу: в них отсутствовал дух научного исследования. Зато учебник геометрии Лежандра он прочитывает, не отрываясь, как роман, и, когда кончает чтение, весь длинный ряд теорем прочно остается в его памяти.

Настоящее умственное наслаждение дает ему чтение работ Лагранжа, одного из крупнейших математиков XVIII века. С поразительной легкостью Галуа овладевает математическим анализом. Но больше всего его заинтересовала работа Лагранжа, в которой великий ученый исследовал проблему разрешимости в радикалах алгебраических уравнений.

Еще в XVI веке итальянские математики Тарталья и Кардано вывели формулы для решения уравнений третьей степени, а Феррари, юный ученик Кардано, — формулы для решения уравнений четвертой степени. Но дальше дело застопорилось: никому не удавалось вывести формулу для решения уравнений пятой степени. В том, что такая формула существует, математики в то время не сомневались. Всем казалось, что дело лишь в том, чтобы найти эту формулу, составить волшебную комбинацию из коэффициентов уравнения, знаков арифметических действий и радикалов, по которой можно будет решить любое уравнение пятой степени. Но проходили десятилетия, а такую комбинацию никому не удавалось составить, хотя многие посвятили этому всю жизнь.

Лагранж отличался своеобразным складом ума. В каждом вопросе он стремился создать широкие теоретические концепции, связывающие в единое целое все множество отдельных задач, предложений и приемов. Этот же подход применил он и к вопросу о решении уравнений в радикалах. Он не стал составлять различные комбинации, а постарался понять, в чем была причина успешности приемов, примененных Кардано, Феррари, Эйлером и многими другими для решения уравнений третьей и четвертой степеней.

Оказалось, что все они делали одно и то же — составляли выражения из корней уравнения, которые при перестановках корней принимали относительно мало различных значений. Например, если взять ра-

циональное выражение, составленное из 4 корней  $x_1, x_2, x_3, x_4$  уравнения четвертой степени, то при различных перестановках корней оно примет, вообще говоря, 24 различных значения (потому что четыре объекта можно переставлять 24 способами).

Одночлен  $x_1$  примет при таких перестановках четыре значения:  $x_1, x_2, x_3, x_4$ , то есть столько же, какова степень уравнения; произведение

$$(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)(x_1 - x_4)(x_2 - x_3)(x_2 - x_4)(x_3 - x_4)$$

при этих перестановках принимает лишь два различных значения; двучлен  $x_1x_2 + x_3x_4$  только три различных значения. Лагранж доказал, что если  $x_1, \dots, x_n$  — корни уравнения  $n$ -й степени, то число перестановок  $k$ , не меняющих вида некоторого рационального выражения  $f(x_1, \dots, x_n)$ , является делителем числа  $n!$  ( $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$ ), а само это выражение удовлетворяет уравнению степени  $(n!/k)$ , коэффициенты которого могут быть выражены через коэффициенты заданного уравнения.

Анализируя всевозможные выражения, составляемые из корней данного уравнения, и перестановки, оставляющие эти выражения неизменными, Лагранж доказал, что если  $p$  — простое число, то решение любого уравнения  $p$ -й степени сводится указанным путем к решению уравнения степени  $(p-2)!$ . При  $p=3$  имеем  $(p-2)! = 1$ , уравнения первой степени решаются. Если же  $p=5$ , то  $(p-2)! = 3! = 6$ , то есть решение уравнения пятой степени сводится к решению уравнения шестой степени. «Отсюда следует, — писал Лагранж, — что весьма сомнительно, чтобы методы, которые мы рассмотрели, могли дать полное решение уравнения пятой степени». Главное же в работе Лагранжа было то, что он установил связь между решением уравнения в радикалах и перестановками корней. Эту связь он назвал «истинной философией решения уравнений».

Работы Лагранжа открыли перед Галуа новый мир. Все его помыслы отныне направлены на математику. Забыты история, литература, риторика; преподаватели этих наук пишут, что «его способности — это не более, чем легенда, которой пора перестать верить». Даже учитель математики Вернье, который был весьма высокого мнения о дарованиях Галуа,

считает поведение Эвариста очень плохим, а его самого — скрытным и самолюбивым. Он видит, что юношей владеет страсть к математике, но пытается уговорить его заниматься и математикой, и риторикой. Поздно! Галуа уже вступил на путь самостоятельной научной работы. В шестнадцать лет он совершает ту же ошибку, которую за несколько лет до него сделал другой гениальный юноша — норвежец Нильс Абель, — он думает, что решил уравнение пятой степени. Какое значение имеет то, что Вернье дал ему лишь седьмую награду. Галуа уже не думает олице — он стремится в знаменитую Политехническую школу, где преподают ученики Лагранжа. Он верит, что в ней его оценят...

Однако попытка поступить в Политехническую школу окончилась провалом: знания работ Лежандра и Лагранжа оказалось недостаточно для того, чтобы решать изощренные задачи, предлагавшиеся экзаменаторами. Галуа вновь возвращается в опостылевший лицей. И здесь ему впервые улыбается счастье — он встречается учителя, который смог оценить его гениальность.

Ришар умел подниматься выше официальных программ, он был в курсе успехов наук и стремился расширить кругозор своих учеников. Отзывы Ришара о Галуа просты: «Он работает лишь в высших областях математики».

И действительно, уже в семнадцать лет Галуа получает первые научные результаты. Одна его заметка посылается в известный математический журнал и вскоре выходит в свет. И хотя заметка называется «Доказательство одной теоремы о периодических непрерывных дробях», она всецело посвящена теории уравнений — Галуа исследует, как связаны друг с другом разложения двух корней уравнения в непрерывные дроби.

Эта заметка — лишь первая проба пера. В семнадцать лет Галуа сделал гораздо более важные открытия в теории уравнений и направил работу в Академию наук. Представить его работу взялся самый знаменитый из французских математиков того времени — Коши, но академик был слишком занят, и работа юного лицеиста попросту затерялась.

Продолжать эти исследования у Галуа уже не было времени: надо было готовиться к повторной попытке поступить в Политехническую школу. На этот раз ни у Эвариста, ни у его учителя Ришара сомнений в успехе не было — экзамены должен был держать не самонадеянный школьник, а глубокий знаток математики, автор научных работ.

И снова Эварист стоит перед экзаменаторами. Каштановые волосы, близоруко прищуренные глаза. Взмолвленный и бледный, он выглядит моложе своих семнадцати с половиной лет. Руки нервно крошат мел. «Расскажите, что Вы знаете о логарифмах». И вмиг застенчивость Эвариста сменяется гневом: «Я не школьник! Не буду отвечать на такой простой вопрос!». Тогда Галуа предложили решить труднейшее уравнение. В несколько минут он набросал оригинальное решение. Не поняв написанного, экзаменатор засмеялся. После короткого спора выведенный из себя Эварист бросил в экзаменатора тряпку для стирания мела. Это был не только жест гнева, но и жест отчаяния: Галуа понял, что то, о чем он страстно мечтал, ускользает от него навсегда.

«Почему экзаменаторы задают кандидатам только запутанные вопросы? — записывает он. — Может показаться, что они боятся быть понятыми теми, кого спрашивают. Откуда взялась эта злосчастная манера нагромождать в вопросах искусственные трудности? Неужели кто-нибудь думает, что наука слишком проста? А что из этого получается? Ученик заботится не о том, чтобы получить образование, а о том, чтобы выдержать экзамены... Можно с полным правом сказать, что несколько лет назад появилась новая наука, приобретающая с каждым днем все большее и большее значение. Она состоит в изучении пристрастий господ экзаменаторов, их настроений, что они предпочитают в науке и к чему питают отвращение».

А через несколько дней после неудачных экзаменов на Эвариста свалилась новая, неизмеримо большая беда. Второго июля его отец Николя Габриэль Галуа, затравленный политическими противниками, клерикалами и иезуитами, покончил с собой.

Эварист провожает прах своего отца. За гробом идут сотни жителей Бур-ля-Рена. Они отдают последние почести своему мэру, который бессменно ру-

ководил городом в течение семнадцати лет. Гроб вносят в церковь. Многие остаются на улице. Они не хотят войти в храм, служитель которого — виновник трагедии. Священника не видно, панихиду служит викарий. Приходский священник встречает процессию на кладбище. В толпе раздаются возмущенные крики: «Убийца!» В юре летят камни.

В душе Эвариста смерть и похороны отца оставили глубокий след.

В феврале 1830 года восемнадцатилетний Эварист Галуа был зачислен в Приготовительную школу — ничтожную и бледную тень прежней Нормальной школы, упраздненной Бурбонами в 1826 году. Поступить туда ему было легко — ведь эта школа была как бы продолжением лица Людовика Великого. В ней готовились кандидаты на звание преподавателя.

В Приготовительной школе Эварист сдает испытания на степень бакалавра литературы и математики. Лишь после второй попытки он был удостоен этого звания, плохо выдержав испытания по литературе, но очень хорошо — по математике и физике. Во время обучения Галуа публикует еще три научные работы, которые в январе 1830 года представляет на конкурс в Академию наук. Теперь его судьба в руках бесменного секретаря Академии — Фурье. Фурье начинает читать рукопись, но вскоре умирает. Вторая рукопись, как и первая, исчезает.

Летом 1830 года, когда Галуа заканчивал первый год обучения в Приготовительной школе, Июльская революция лишает власти короля Карла X. На баррикадах в первых рядах сражаются студенты Политехнической школы, той самой, куда так стремился попасть Галуа.

Приготовительной школой в то время руководил некто Гиньо. Пытаясь помешать своим студентам принять участие в разворачивающихся событиях, он взял с них слово не покидать школу и распорядился запереть двери. Лишь два ученика отказались дать слово, требуемое директором, — Галуа и его кузен Бенар.

В ночь с 28 на 29 июля Галуа пытается вырваться на волю и присоединиться к восставшему народу. За это Гиньо подвергает нарушителя домашнему аресту. Галуа полон гнева и презрения к Гиньо, да

и возведение на престол Луи-Филиппа вместо установления республики является в его глазах изменой идеалам, за которые сражались бойцы баррикад.

Во время каникул 1830 года Галуа активно участвует в работе революционных кружков, вступает в Общество друзей народа. После начала занятий в Нормальной школе (революция вернула ей прежнее название) юноша начинает борьбу с всемогущим директором. В конце ноября Гиньо запрещает мятежному Галуа покидать школу.

Но Эварист не сдается. Он находит возможность нанести ответный удар. В декабрьском номере «Ля газетт дез эколь» за подписью «Ученик Нормальной школы» было помещено резкое письмо. Автор не ограничился критикой системы преподавания в школе. Он рассказал о политической беспринципности ее директора, описал издевательства, которым подвергаются «строптивые». Для Гиньо было ясно, кто автор письма. Через четыре дня после его опубликования Эвариста исключают из школы.

Галуа оказался лишенным не только права посещать лекции, но и средств к существованию. Верный себе, Эварист не предается горестным размышлениям. Он действует. 9 января 1831 года в той же газете «Ля газетт дез эколь» появляется объявление: «В четверг 18 января г. Галуа откроет публичный курс высшей алгебры у Кайо, книготорговца, улица Сорбонны, дом 5. Этот курс будет читаться во все четверги в час с четвертью; он предназначен молодым людям, которые, чувствуя, насколько неполно изучение алгебры в коллежах, желают углубиться в эту науку. Курс состоит из теорий, частично новых, которые никогда еще не изучались в публичных курсах. Мы ограничимся тем, что назовем новую теорию мнимых, теорию уравнений, разрешимых в радикалах, теорию чисел и эллиптических функций, трактующих чисто алгебраически». Это была неслыханная дерзость: исключенный ученик восставал против своих учителей, девятнадцатилетний юноша бросал вызов официальной Сорбонне.

Как утверждают свидетели, на первую лекцию пришло тридцать слушателей, на второй их было не более десяти, а на третьей (и последней) — четыре человека. Галуа читал слишком сложно.

Из приведенного объявления видно, что в это время Галуа уже владел идеями, обессмертившими его имя,— лекции посвящались разрешимости уравнений в радикалах. Над разрешимостью уравнений Эварист начал думать еще со школьной скамьи. Теперь он уже знал, что ошибся, общее уравнение пятой степени нельзя решить в радикалах (доказательство этой теоремы было опубликовано Абелем в 1826 году \*)). Но ведь доказательство Абеля, равно как и исследования Лагранжа, относились к общим уравнениям, к уравнениям с буквенными коэффициентами. А что будет, если рассматривать лишь уравнения с числовыми коэффициентами? Ведь может же случиться, что хотя общей формулы для решения таких уравнений нет, корни каждого отдельного уравнения можно выразить в радикалах. А если это не так? Тогда должен быть какой-то признак, позволяющий определить, решается данное уравнение в радикалах или нет? Что же это за признак?

Нет сомнений, что путеводной звездой для Галуа, кроме работы Лагранжа, служила работа Гаусса (написанная им в семнадцать лет) о построении правильных многоугольников. В этой работе Гаусс исследовал, при каких  $n$  уравнение

$$x^n + x^{n-1} + \dots + x + 1 = 0, \quad (1)$$

можно решить в квадратных радикалах, используя, кроме арифметических действий, лишь извлечение квадратных корней. Но было ясно, что если допустить возможность извлечения корней любой степени, то уравнение (1) решается в радикалах.

Чем же отличается уравнение (1) от уравнения общего вида

$$x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_n = 0? \quad (2)$$

Тем, что между корнями имеются зависимости, которых нет для корней уравнения (2). Ведь в общем случае между корнями  $x_1, \dots, x_n$  уравнения (2) есть только найденные еще в XVI веке французским

---

\*) Короткое сообщение появилось еще в 1824 году.





(4) получается перестановка

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Так получаются четыре различные перестановки корней, в том числе и тождественная перестановка

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix},$$

при которой все корни остаются на месте. Эти перестановки, и только они, переводят соотношения  $x_k = x_1^k$  в другие соотношения, выполняющиеся для корней уравнения (1) при  $n=4$ . И любопытно вот что. Если сделать сначала одну такую перестановку, а потом другую, то в результате получится перестановка, которая тоже переводит верные соотношения в верные.

Операция, заключающаяся в таком последовательном выполнении перестановок, обладает множеством свойств, напоминающих свойства произведения чисел. Поэтому мы будем называть эту операцию умножением перестановок.

А нет ли подобных перестановок и для других уравнений? Ведь и для них можно составлять соотношения между корнями и смотреть, при каких перестановках верные соотношения будут переходить в верные. Конечно, самые лучшие — это те уравнения, корни которых — рациональные числа. Такие уравнения решаются без извлечения корней. Для таких уравнений есть очень простые соотношения между корнями  $x_1=b_1, \dots, x_n=b_n$ , и единственной «перестановкой», сохраняющей эти соотношения, является тождественная перестановка. Значит, уравнение тем проще, чем меньше совокупность перестановок, сохраняющих соотношения между корнями! Следует как-то назвать такие совокупности перестановок. Эти перестановки собираются вместе, группируются. Не назвать ли их совокупность группой?

Вряд ли, применив это название, Эварист думал, что он вводит в математику новое понятие, которому суждена долгая и славная жизнь, что число работ, посвященных группам, будет исчисляться многими тысячами, что методы теории групп откроют тайны кристаллических решеток, атома и многое другое. Он

хотел лишь посмотреть, что происходит с группами перестановок корней в процессе решения уравнений.

Конечно, Галуа не был первым, кто имел дело с группами перестановок корней. Ими занимались уже и Лагранж, и Гаусс. Сам Галуа понимал, что идеи, высказанные им, в неявной форме содержались в работах его предшественников.

Но велика заслуга того, кто разъяснил такие идеи, сформулировал существенные свойства понятий, применил их к решению новых и трудных задач. Это и сделал Галуа для понятия группы — лишь после его работ оно стало предметом изучения математиков.

Однако вернемся к ходу рассуждений Галуа. Теперь надо внимательнее посмотреть, какие соотношения могут быть между корнями уравнения. Это зависит от того, какие коэффициенты считать допустимыми в таких соотношениях. Возьмем уравнение

$$x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0.$$

Если в соотношении допустимы лишь рациональные коэффициенты, то для его корней есть только соотношения Виета, соотношения вида  $x_k = x_l^k$  и те, которые из них получаются с помощью рациональных операций. Но если допустить коэффициенты более сложного вида, то появятся и новые соотношения.

Чем шире множество коэффициентов, тем больше соотношений между корнями. А тогда перестановки, сохранявшие верными все старые соотношения, могут уже оказаться непригодными: они могут нарушать новые соотношения. Значит, с расширением множества коэффициентов группа уравнения уменьшается. Но ведь если уравнение решено, то его группа превращается в единичную, т. е. в группу из одной тождественной перестановки. Так вот в чем тайна решения уравнений! Надо расширять множество коэффициентов и следить за тем, как меняется при этом группа уравнения (через много десятилетий все математики будут называть ее группой Галуа). Как только группа превратится в тождественную, уравнение решено. А расширять множество коэффициентов надо, присоединяя к нему корни каких-то вспомогательных уравнений. Теперь ясно, какие вспомогательные уравнения хороши, — только те, присоединение

корней которых к допустимому множеству коэффициентов уменьшает группу Галуа.

Осталось выяснить, какой должна быть группа уравнения, чтобы его можно было решить в радикалах. В частном случае ответ содержался в статье, которая появилась в 1829 году в берлинском «Журнале Крелля». Ее автором был знаменитый Абель. Он доказал, что уравнение решается в радикалах, если все его корни можно выразить в виде рациональных функций от одного корня  $x_k = F_k(x_1)$ , причем эти функции должны обладать следующим свойством коммутативности:  $F_k[F_l(x)] = F_l[F_k(x)]$ . В этом случае и перестановки, сохраняющие соотношения  $x_k = F_k(x_1)$ , обладают тем же свойством коммутативности — их произведение не зависит от порядка сомножителей (для любых перестановок это не так).

Могучим напряжением ума Галуа решает задачу до конца. Оказывается, уравнение решается в радикалах в том и только в том случае, когда его группа определенным образом сводится к коммутативным группам перестановок (мы не будем здесь говорить точнее, что это значит). При этом Галуа вводит фундаментальные для всей теории групп понятия нормального делителя, смежного класса, разрешимой группы и так далее. Волшебный ключ найден — теория групп раскрывает тайны уравнений.

Перед Галуа разворачивается грандиозный план целой серии научных работ, которым суждено совершить переворот в математике...

Но Галуа не было суждено выполнить свой план. Его захватили революционные события. Сразу после исключения из Нормальной школы он вступил в артиллерию национальной гвардии. Из четырех батальонов артиллерии два почти целиком состояли из членов Общества друзей народа. Это была вооруженная сила революции и правительство Луи-Филиппа постаралось как можно скорее распустить Общество. После этого Галуа участвовал во всех волнениях, потрясавших Париж на протяжении 1831 года. Математика была заброшена.

9 мая 1831 года Общество друзей народа организовало банкет в ресторане «Вандаж-де-Бургонь». Среди приглашенных на почетном месте — Александр

Дюма. Многие участники в знак протеста надели мундиры артиллеристов национальной гвардии. Тосты за революцию 1793 года, за Робеспьера, за монтаньяров встречаются аплодисментами; тосты за революцию 1830 года — шиканьем и смехом. И вдруг... тост за Луи-Филиппа... Кто же провозгласил такой тост? Неужели неистовый республиканец Эварист Галуа? В ответ раздались свистки, но вдруг все умолкло — в руке у Галуа был не только стакан с вином, но и открытый нож! Осторожный Дюма предпочел удалиться с банкета. Но большинство осталось. Участники банкета, подражая Галуа, угрожающе поднимают руки и повторяют: «За Луи-Филиппа! За Луи-Филиппа!».

На следующий день Галуа арестовывают. Ему предъявляют обвинение «в попытке спровоцировать покушение на жизнь и особу короля французов путем заявления, сделанного в общественном месте во время публичного собрания». Суд, состоявшийся 15 июня, оправдал Галуа — защитник сумел убедить присяжных в том, что ресторан не является общественным местом. Галуа спокойно встал, взял со стола вещественных доказательств свой нож, закрыл его, положил в карман и вышел, не промолвив ни слова.

Но Эварист недолго оставался на свободе. 14 июля 1831 года, в день взятия Бастилии, несколько сотен манифестантов с развевающимися знаменами прошли по Новому мосту. Они протестовали против запрещения демонстраций Луи-Филиппом. В первых рядах — Галуа. На нем мундир национального гвардейца, в руке — карабин, под мундиром — кинжал. Как только демонстранты перешли мост, их окружили отряды полиции. Галуа был арестован вместе со многими другими участниками демонстрации. На этот раз его приговорили к шести месяцам тюремного заключения за незаконное ношение военной формы и оружия.

В тюрьме Сент-Пелажи Галуа отредактировал свои самые важные научные работы. В предисловии к одной из них он писал:

«Прежде всего, титульный лист этой работы не загроможден именами, фамилиями и званиями и не сопровождается похвалами скупым вольможам, кошелек которых открывается, когда вы им курите фимиам, и грозит захлопнуться, как только кадиль-

ница иссякает. Никто не увидит здесь заголовка, написанного аршинными буквами и выражающего почтительное благоговение перед светилом науки или каким-нибудь ученым покровителем, весьма полезным (и я даже сказал бы, необходимым) для того, кто в двадцать лет хочет писать.

Я не говорю, что все хорошее в моей работе достигну благодаря советам и поощрениям такого-то. Не говорю потому, что это значило бы лгать...».

А лгать Эварист не мог. В тюрьме Сент-Пелажи он получил еще один «привет» от префекта полиции месье Жиске — пуля, пущенная 29 июля с чердака соседнего дома, влетела в камеру и расплущилась о стену в нескольких сантиметрах от головы заключенного.

Здесь же, в тюрьме, Галуа получил письмо из Академии наук. В нем лежала его рукопись и записка от секретаря академии Франсуа Араго:

«Дорогой месье Галуа!

Ваша рукопись была послана для ознакомления месье Пуассону. Он возвратил ее нам с отзывом, который мы здесь и приводим:

... Мы приложили все усилия, чтобы понять доказательства месье Галуа. Его рассуждения недостаточно ясны, недостаточно развернуты и не дают возможности судить, насколько они точны...».

Академия вновь, в который раз, не поняв, отвергла его работу...

Впрочем, отчасти в этом был виноват и сам Галуа. В спешке он не совсем ясно излагал свои мысли, а некоторые теоремы, которые не были им доказаны, сформулировал как доказанные. Да и стиль работ Галуа был непривычен для математиков начала XIX века. Новый стиль был провозвестником математики XX века. Вместо длинных выкладок для решения проблем применялись совершенно неожиданные идеи; кроме того, в его работах было слишком много новых понятий. Неудивительно, что Пуассону эти работы показались недостаточно ясными.

Здоровье Эвариста ухудшается. 16 марта 1832 года его переводят в тюремную больницу. Именно здесь он познакомился с женщиной (имя ее осталось неизвестным), которая сыграла роковую роль в судьбе Галуа.

В последнюю ночь своей жизни он привел в порядок свои рукописи и написал несколько писем. В одном из них, адресованном своему единственному другу Огюсту Шевалье, он кратко изложил содержание своих исследований и попросил обратиться к виднейшим математикам для оценки важности этих результатов — в их истинности он не сомневался.

Утром 30 мая 1832 года какой-то крестьянин около пруда в местечке Жантйи наткнулся на тяжело раненого в живот молодого человека. Раненого перенесли в больницу, где он скончался утром следующего дня на руках своего брата.

«Не плачь,— просил Эварист брата перед смертью,— не плачь. Мне нужно сохранить все свое мужество, чтобы умереть в двадцать лет».

В одном из последних писем он писал: «Я умираю жертвой подлой кокетки и двух преданных ей простофиль». Но Эварист знал не все. Уже упоминавшийся префект полиции Жиске в своих «Мемуарах» вспоминал: «Месье Галуа, неистовый республиканец, был убит на дуэли одним своим другом». Уже одна такая осведомленность префекта полиции подозрительна. Есть и другие факты, указывающие на то, что дуэль была специально подстроена, чтобы убрать «неистового республиканца», угрожавшего жизни короля. Ведь недаром же в другом письме, адресованном «всем республиканцам», Эварист писал: «Прощайте! Я отдал свою жизнь на благо народа!»

Только через 14 лет после смерти Галуа его работы были разобраны и опубликованы Лиувиллем. Признание же пришло еще позже — в 70-х годах прошлого столетия.

Сейчас имя Галуа — одно из самых популярных в математике. Группа Галуа, кохомологии Галуа, поля Галуа — трудно перечислить все словосочетания, в которых встречается его фамилия. И когда, читая какую-нибудь научную работу, встречаешь сокращение Gal, не надо долго размышлять о его смысле: буквы Gal означают Galois — имя одного из величайших математиков всех времен и народов.

*Инфельд Л. Эварист Галуа. — М.: 1965.*

**АЛЕКСАНДР ГРИГОРЬЕВИЧ СТОЛЕТОВ**  
(1833—1896)

**В. П. Лишевский**

Выдающийся русский физик А. Г. Столетов родился 29 июля (10 августа) 1839 года в семье небогатого владимирского купца. Его отец — Григорий Михайлович — владел небольшой бакалейной лавкой и мастерской по выделке кож. Мать — Александра Васильевна — была тоже купеческого звания, но семья Столетовых совершенно не походила на типичные купеческие семьи, мрачный мир которых так мастерски изобразил в своих пьесах А. Н. Островский. Александра Васильевна была образованной женщиной и сама преподавала своим детям (до их поступления в гимназию) русский язык и арифметику. В семье царила атмосфера взаимной любви и общего доброжелательства, здесь ценили умное слово, хорошую шутку и веселый розыгрыш.

В доме была неплохая библиотека, и Саша, научившись читать в четырехлетнем возрасте, стал рано ею пользоваться. В пять лет он уже читал совершенно свободно.

Александр рос хрупким болезненным мальчиком, и чтение стало его любимым занятием. Еще в детстве он познакомился с произведениями Пушкина, Лермонтова, Гоголя, Жуковского и других русских писателей. Под их влиянием у него развивается потребность в самостоятельном литературном творчестве и он начинает писать стихи, приуроченные к различным семейным торжествам. Позже, в гимназии, вместе с товарищами он выпускает рукопис-





ный журнал, где публикует автобиографическую повесть «Мои воспоминания».

Кроме Саши, в семье было еще пятеро детей: Василий, Николай, Варвара, Дмитрий и Анна. Дети жили дружно. Под влиянием старшего брата Николая Саша начинает изучать французский язык и вскоре незаметно для себя вполне прилично читает и говорит на нем. Вместе со старшей сестрой Варенькой занимается музыкой и увлекается ею настолько, что начинает подумывать, не стать ли ему профессиональным музыкантом. Музыка стала доброй спутницей А. Г. Столетова на всю жизнь. Часто он отдыхал за роялем после трудной лекции или напряженной работы в лаборатории.

В 1849 году Александр Столетов поступил во владимирскую гимназию, которую окончил в 1856 году. В свидетельстве об окончании сказано, что он «...признан окончившим Гимназический курс с предоставлением права на поступление в Университет без вторичного экзамена и с награждением за отличные успехи в науках... золотой медалью».

В последние годы учебы в гимназии четко определились наклонности Александра. Его любимые предметы — математика и особенно физика. Он с удовольствием занимается ими в классе, а дома мастерит физические приборы и ставит различные опыты. Решено. Он будет физиком!

Осенью того же 1856 года А. Г. Столетов зачисляют на физико-математический факультет Московского университета «казеннокоштным» студентом (т. е. получающим государственную стипендию).

Александр повезло с учителями. Прикладную математику он слушал у Николая Дмитриевича Брашмана, воспитавшего великого П. Л. Чебышева, астрономию ему преподавал сам Федор Александрович Бредихин, а лекции по аналитической геометрии, дифференциальному и интегральному исчислениям, высшей алгебре и вариационному исчислению А. Г. Столетову читал замечательный педагог Николай Ефимович Зернов. Но любимый предмет Александра по-прежнему физика. Его преподает большой ученый и прекрасный человек — Михаил Федорович Спасский.

А. Г. Столетов живет бедно, денег мало, но не смотря на это он весьма неохотно соглашается на

частные уроки и переводы, справедливо полагая, что эти дополнительные занятия отвлекают его от науки. Все время принадлежит и отдано только ей!

Выдающиеся научные способности Александра, его большая любовь к знаниям были замечены и оценены преподавателями. В 1860 году А. Г. Столетов с отличием заканчивает университет, и сразу же руководство факультета начинает хлопотать об оставлении молодого кандидата (так назывались тогда окончившие полный курс) при университете. Но на просьбу приходит отказ. А. Г. Столетов, как казеннокоштный студент, должен после окончания университета отработать шесть лет «по учебной части Министерства народного просвещения».

Факультетское начальство повторяет свою попытку оставить А. Г. Столетова при университете. Переписка продолжается. А сам кандидат тем временем не теряет времени даром и целые дни проводит в библиотеке.

Только 5 сентября 1861 года наконец приходит долгожданное разрешение. За истекшее время А. Г. Столетов успел подготовиться к магистерскому экзамену, и 16 октября подает прошение ректору: «Желая получить степень магистра физики, покорнейше прошу... допустить меня к устраиваемому испытанию».

Экзамен сдан успешно, но защита диссертации неожиданно откладывается. Профессора К. А. и С. А. Рачинские пожертвовали университету стипендию для посылки в заграничную командировку на два года достойного кандидата. Выбор пал на А. Г. Столетова, и летом 1862 года он покидает Москву.

За границей Столетов пробыл три года. Он учился в Гейдельберге, Гёттингене и Берлине у Кирхгофа, Гельмгольца, Вебера, Магнуса и других известных ученых. Учился как всегда самозабвенно. К. А. Тимирязев позже вспоминал «... когда через несколько уже лет, я в свою очередь провел в Гейдельберге несколько семестров, посещая, между прочим, и практические занятия у Кирхгофа, мне довелось слышать еще свежее предание об одном молодом русском, с виду почти мальчике, изумлявшем всех своими блестящими способностями». Кирхгоф

называл Столетова самым талантливым своим учеником.

За границей А. Г. Столетов выполнил свою первую научную работу. Вместе с К. А. Рачинским он попробовал установить, влияют ли диэлектрические свойства среды, в которую погружены магниты или проводники электрического тока, на взаимодействие между ними. Ответ получился отрицательный. Исследователи установили, что диэлектрические свойства среды никак не сказываются на величине электромагнитного взаимодействия.

В декабре 1865 года А. Г. Столетов возвращается на родину, а в следующем году получает место преподавателя математической физики и физической географии в Московском университете.

Студентам нравится новый молодой педагог. Его лекции так познавательны и интересны. А как увлекательно он говорит, какой он блестящий оратор. «Если бы застенографировать его лекцию,—вспомнил впоследствии учившийся у Александра Григорьевича профессор Б. М. Житков,—она, с первого до последнего слова, не нуждалась бы в редакционных поправках. Слушателям казалось, что Столетов читает им лекцию по очень хорошему учебнику».

Лекции А. Г. Столетова были насыщены множеством интересных фактов, помогающих объяснить неясные, спорные моменты, полнее раскрыть тему сообщения. Он цитирует Аристотеля, Декарта, Бэкона и других известных ученых, знакомит слушателей с работами исследователей, внесших наибольший вклад в развитие данной области знания, обязательно дает исторический фон эпохи. Вот, например, как Столетов рисует время, в которое родился Ньютон: «Чтобы охарактеризовать научный горизонт этой эпохи, скажем, что то был год знаменитого опыта Торричелли (изобретение барометра)—начало жарких споров о пустоте, еще раз подорвавших авторитет средневековой схоластики. Бэкон умер 16 лет назад; Декарт... приближался к апогею своей славы, Локк был 10-летним мальчиком, а Лейбниц—впоследствии соперник Ньютона—родился тремя годами позже. Паскаль (19 лет), Бойль (15 лет), Гюйгенс (13 лет) переживали годы юности или отрочества».

Студенты не знали, чего стоила А. Г. Столетову эта отработанность, эта безукоризненность его лекций. До поздней ночи горит свет в кабинете. Александр Григорьевич просматривает последние научные журналы, книги, делает выписки, продумывает план будущей лекции. Слушателям должны быть сообщены самые последние сведения.

После подготовки к лекции Столетов берется за свою магистерскую диссертацию. Она посвящена «общей задаче электростатики», над решением которой бились многие ученые. Смысл ее в следующем.

Представьте себе незаряженный проводник, к которому подносят другой проводник, заряженный, например, отрицательно. Тогда на первоначально незаряженном проводнике появятся заряды: на ближайшей к заряженному телу стороне — положительные, на противоположной — отрицательные. Эти индуцированные заряды в свою очередь подействуют на заряженный проводник, и заряды на нем перераспределятся. Это перераспределение зарядов зовет в свою очередь изменение распределения зарядов на другом проводнике и т. д. Так будет продолжаться до тех пор, пока между двумя проводниками не установится электростатическое равновесие. Эта задача очень сложна и справиться с ней удалось лишь двум ученым — Морфи и Дж. Томсону. Столетов же хотел решить ее в самом общем виде — в случае взаимодействия любого произвольного числа проводников.

И он решил эту задачу. В мае 1869 года А. Г. Столетов блестяще защитил магистерскую диссертацию на тему «Общая задача электростатики и ее приведение к простейшему случаю» и был утвержден в звании доцента.

Бессонные ночи, чрезмерный труд и нервное напряжение сказываются на здоровье молодого ученого. Он заболевает и около года проводит в различных лечебницах. Ему запрещают читать, писать, заниматься какой бы то ни было умственной деятельностью. Это был самый тягостный период в жизни А. Г. Столетова. Наконец, консилиум профессоров разрешает ему приступить к занятиям со студентами. И сразу же забываются все рекомендации вра-

чей щадить свое здоровье, Александр Григорьевич вновь полностью отдается педагогической и научной деятельности.

В то время Московский университет, как и другие высшие учебные заведения России, не имел физической лаборатории. Чтобы вести научные исследования, русские ученые были вынуждены уезжать за границу. А. Г. Столетов поставил перед собой цель создать такую лабораторию. Он пишет письма, прошения, обивает пороги чиновничьих кабинетов, доказывая, что университет не может не иметь своей лаборатории. Ведь физика — наука экспериментальная. Физик — не математик, он не может творить науку только за письменным столом.

Весь 1870 год проходит в хлопотах по устройству первой в России физической лаборатории. В этом же году на квартире у Столетова для обсуждения различных физических проблем начинают собираться студенты Александра Григорьевича и его товарищи по работе. Возникает физический кружок, положивший начало физической школе Столетова, которая в свою очередь дала основание школе русских физиков.

Занятия наукой отнимают у А. Г. Столетова все имеющееся в его распоряжении время. У него нет личной жизни. Он так и остался на всю жизнь холостым. Семью ему заменяли его студенты и товарищи по университету: астроном Ф. А. Бредихин, геолог А. П. Карпинский, ботаник К. А. Тимирязев, географ, антрополог и этнограф Д. Н. Анучин, физики Н. А. Умов, Н. Е. Жуковский и другие ученые, вписавшие немало ярких страниц в историю русской науки.

В 1871 году А. Г. Столетов приступает к работе над докторской диссертацией. Теперь его интересуют магнитные свойства железа. Знать их очень важно для практики. Электротехника в то время не была еще наукой. Созданию хорошей электрической машины предшествовали бесчисленные опыты по подбору оптимальных размеров конструкции. И одной из важнейших задач электротехники было узнать, как намагничивается железо.

Физической лаборатории в университете по-прежнему нет, и для проведения необходимых эксперимен-

тов Столетов уезжает за границу. Всего четыре месяца проводит он в лаборатории Кирхгофа в Гейдельберге, но сколько сделано за эти четыре летних месяца! Продумана и сконструирована установка для исследования магнитных свойств железа (рис. 1), проведены все задуманные опыты.

Установка, разработанная А. Г. Столетовым, представляла собой следующее. На железное кольцо

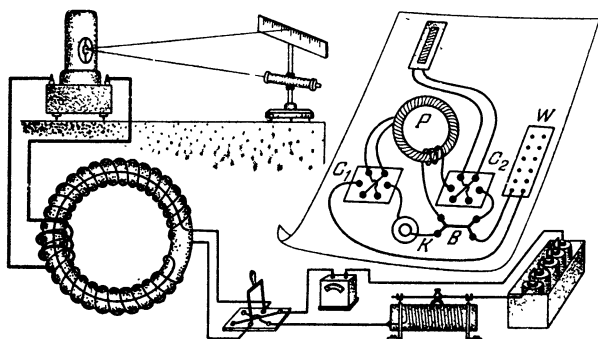


Рис. 1. Схема установки, разработанной А. Г. Столетовым для изучения магнитных свойств железа.

намотаны две обмотки. Первая через переключатель соединена с батареей. В цепь второй обмотки включен баллистический гальванометр. В моменты включения (или выключения) тока, подаваемого в первичную обмотку, намагниченность железного кольца быстро возрастает (или убывает) до определенного значения, соответствующего данной силе тока и числу витков в первичной обмотке. Меняющееся в эти моменты магнитное поле индуцирует ток во вторичной обмотке. Измерив с помощью гальванометра количество электричества, протекающего за это время по вторичной обмотке, можно теоретически рассчитать величину магнитного поля, вызвавшего ток. А узнать магнитное поле, создаваемое кольцом, — это значит узнать намагниченность железного образца.

Петля гистерезиса при намагничивании железа теперь знаком каждому ученику 9 класса. Но когда Столетов начинал свои опыты, о магнитных свойствах железа было известно немного. В частности, считалось, что намагниченность железа  $I = (\mu - 1) B_0$

прямо пропорциональна индукции  $B_0$  намагничивающего внешнего поля. Это означает, что магнитная проницаемость  $\mu$  не зависит от намагниченности и постоянна. Данная теория, разработанная Пуассоном, не согласовывалась, однако, с последними опытами различных исследователей. Поэтому Кирхгофом была разработана новая теория, в которую вместо

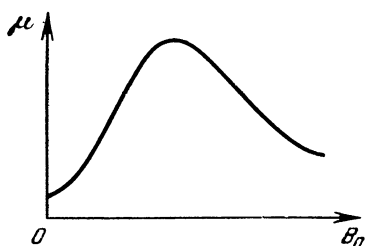


Рис. 2. График зависимости  $\mu$  от  $B_0$ .

от  $B_0$  и формы железного тела. Изучением того, как зависит  $\mu$  от  $B_0$ , и занялся Столетов \*). До его исследований было известно, что при больших величинах индукции намагничивающего поля магнитная проницаемость падает с ростом  $B_0$ . В слабых полях ее поведение не

изучалось. Начав опыты, Столетов обнаружил поразительный факт: при слабых полях с ростом  $B_0$  величина  $\mu$  не постоянна, а быстро возрастает, достигает максимума при некотором значении  $B_0$  и медленно убывает (рис. 2). Причем максимальное значение  $\mu$  было в несколько раз выше, чем известное из опытов других исследователей.

Полученные Столетовым важные результаты давали в руки создателей электромоторов и динамомашин ключ к решению многих стоящих перед ними задач. Сам ученый так характеризовал практическую сторону своего исследования. «Изучение функции намагничения железа может иметь практическую важность при устройстве и употреблении как электромагнитных двигателей, так и тех магнито-электрических машин нового рода, в которых временное намагничение железа играет главную роль. Знание свойств железа... также необходимо здесь, как необходимо знакомство со свойствами пара для

\*) В опытах Столетова изучалась зависимость не самого  $\mu$ , а так называемой магнитной восприимчивости  $\kappa = \frac{1}{4\pi} (\mu - 1)$

теории паровых машин. Только при таком знании мы получим возможность обсудить а priori (заранее) наилучшую конструкцию подобного снаряда и наперед рассчитать его полезное действие».

В 1872 году Столетов успешно защищает докторскую диссертацию «Исследование о функции намагничения мягкого железа» и в следующем году утверждается в должности ординарного профессора Московского университета.

Осенью 1872 года происходит другое знаменательное событие — наконец-то при университете открывается физическая лаборатория, на устройство которой Столетов потратил столько сил и средств. Это была первая в России учебно-исследовательская физическая лаборатория. Теперь русским ученым не надо было ездить за границу, чтобы проводить необходимые опыты!

Начинает свою первую экспериментальную работу на родине и Столетов. Он ставит давно задуманный опыт по определению соотношения между электростатическими и электромагнитными единицами. Коэффициент пропорциональности оказывается близким к скорости света  $c$ . Это говорит не только о том, что свет — тоже электромагнитное явление, но и служит косвенным подтверждением справедливости теории Дж. Максвелла, которую многие ученые в то время не признавали.

Столетов широко открывает двери своей лаборатории для физиков, работающих в других высших учебных заведениях России. Из Киева, Одессы, других городов страны приезжают преподаватели учиться у великого физика искусству эксперимента.

Ширится физический кружок Столетова. Вокруг него группируется талантливая молодежь, берущая со своего учителя пример бескорыстного служения науке. Десятки блестящих ученых воспитал А. Г. Столетов, ученых, составивших гордость русской науки. Наиболее выдающиеся из них: Н. А. Умов, И. Ф. Усагин, А. П. Соколов, П. Н. Лебедев, Н. Е. Жуковский.

Столетов ведет большую популяризаторскую работу в Обществе любителей естествознания, непременным членом которого он является, читает публичные лекции в Политехническом музее, публикует научно-популярные статьи в журналах для неспециа-



листов. Он хочет приобщить к науке как можно большее количество людей.

После работы о «Функции намагничения железа» имя А. Г. Столетова становится широко известно за границей. В 1874 году его приглашают на торжество по случаю открытия при Кембриджском университете физической лаборатории. В 1881 году Столетов достойно представляет русскую науку на I Всемирном конгрессе электриков в Париже. Он первый русский физик, участвующий в международном съезде.

На конгрессе Столетов делает доклад о своих исследованиях по определению коэффициента пропорциональности между электростатическими и электромагнитными единицами, активно участвует в работе по выбору электротехнических единиц измерения. По предложению Столетова была утверждена единица электрического сопротивления — ом и эталон сопротивления.

В 1877 году началась русско-турецкая война. Для передовых людей России это была война за освобождение братского болгарского народа от оттоманского ига. Александр Григорьевич Столетов очень волновался за своего брата Николая, принимавшего участие в военных действиях. Генерал-майор Н. Г. Столетов командовал добровольческим русско-болгарским ополчением и покрыл себя неувядаемой славой при обороне Шипкинского перевала. Болгарский народ навсегда сохранил память о Н. Г. Столетове как о своем национальном герое.

В 1888 году Александр Григорьевич Столетов начинает исследование фотоэффекта, открытого за год до этого Герцем. Эти исследования принесли Столетову мировую известность. Они продолжались два года: с февраля 1888 по июль 1890 года и можно только удивляться, как много было сделано за этот срок человеком, занятым в основном преподавательской деятельностью.

Что было известно до работ Столетова? В 1887 году Герц обнаружил, что проскакивание искры между электродами облегчается (происходит при большем расстоянии между ними) при освещении электродов ультрафиолетовыми лучами. В том же году Видеман и Эберт показали, что эффект вызывает освещение не любого электрода, а только катода. Вслед за

ними Гальвакс упростил опыт, используя вместо искры «тихий разряд» предварительно заряженного электрода. Присоединяя к этому электроду электроскоп, Гальвакс обнаружил, что освещение ультрафиолетовым светом приводит к уменьшению заряда электрода.

С помощью электроскопа, соединенного с незаряженным телом, Гальвакс показал, что в результате разрядки отрицательного электрода при освещении его ультрафиолетовым светом заряд переходит на окружающие тела.

Начав исследование явления, открытого Герцем и получившего название фотоэффекта, Столетов, повторив опыты Герца, Видемана, Эберта и Гальвакса, в дальнейшем разработал новую методику, позволившую построить количественную теорию фотоэффекта.

На рис. 3 показана схема установки, с помощью которой Столетов проводил свои опыты (этот рисунок ученый приводит в своих рукописях). Основная часть установки — прибор, который Столетов назвал сетчатым конденсатором. Он состоит из металлической сетки — анода и плоского металлического диска — катода (сетчатый конденсатор явился прообразом фотоэлемента). Этот прибор (*C*) включался последовательно с гальванометром (*G*) в цепь с батареей (*B*). При освещении катода сильным светом вольтовой дуги (*A*) гальванометр регистрировал наличие тока в цепи.

С помощью такой установки Столетов изучал различные стороны фотоэффекта. На основании результатов своих экспериментов он делает следующие выводы: необходимым условием фотоэффекта является поглощение света материалом катода; каждый элемент поверхности катода участвует в явлении независимо от других; явление фотоэффекта практически безынерционно («...ток появляется и исчезает одновременно с освещением и, следовательно, при прерывистом освещении ток — также прерывистый с тем же периодом»). Меняя напряжение на электродах, Столетов получает вольт-амперную характеристику фотоэлемента (сетчатого конденсатора): фототок возрастает с увеличением напряжения между электродами, а малые токи пропорциональны

напряжению; начиная с некоторого значения напряжения фототок практически не меняется при увеличении напряжения, т. е. фототок стремится к насыщению.

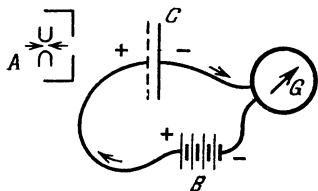


Рис. 3. Схема установки, на которой А. Г. Столетов изучал фотоэлектрические явления.

Поместив прибор в стеклянный цилиндр, из которого можно было откачивать воздух, ученый обнаружил, что по мере уменьшения давления воздуха фототок возрастает, достигает максимума и затем убывает.

Будучи уверенным в том, что величина фототока определенно связана с освещением, Столетов проводит целую серию опытов с целью установить эту зависимость. Меняя силу света источника, он нашел, что величина фототока насыщения пропорциональна световому потоку, падающему на катод.

Столетов помещает свой конденсатор в керосин, спирт, сероуглерод. Затем он задается целью изучить фотоэлектрический эффект в различных газах при различных давлениях, и выводит свой известный закон, связывающий критическое давление, электродвижущую силу батареи и расстояние между электродом и сеткой. Оказывается, если помножить это расстояние на критическое давление, а полученное произведение разделить на электродвижущую силу, то получится некоторая постоянная величина, которая вошла в науку под названием константы Столетова.

В своих опытах ученый вплотную подошел к установлению законов электрических разрядов в газах. Теорию таких явлений построил английский физик Таунсенд, используя полученные Столетовым результаты. Таунсенд дал открытому Столетовым закону о зависимости силы тока несамостоятельного разряда от давления название «эффект Столетова», под которым он и вошел в мировую научную литературу. Когда в 1889 году Столетов приехал в Париж на II Международный конгресс электриков, ученые всех стран чествовали его как одного из самых выдающихся физиков современности.

Весь мир знает и чтит Столетова. Он признанный первый физик России. Только мракобесы и реакционеры всех мастей на родине занимаются травлей ученого, устраивая гонения и преследования великого физика. Им претит свобододолюбивый дух ученого, то, что он совершенно не терпит несправедливости и незамедлительно вступает в бой за любое правое дело. Столетов — защитник всех обиженных и угнетенных. Правдивый и честный, он ярый противник рабства во всех его проявлениях. Именно это вызывает ненависть представителей официальной науки, всех этих нищих духом научных чиновников.

В начале 1893 года трое академиков — Чебышев, Бредихин и Бекетов выдвигают Столетова в члены высшего научного учреждения страны. Но президент Академии великий князь Константин не допускает кандидатуру Столетова до баллотировки. Возмущенный брат Александра Григорьевича, Николай, генерал и герой Шипки, спрашивает у президента Академии, почему он самолично вычеркнул из списков кандидатов фамилию Столетова. «У вашего брата невозможный характер», — с раздражением отвечает Константин.

В эти дни Александр Григорьевич получает много писем, в которых передовые ученые России и мира высказывают ему свое сочувствие в связи с проявленной по отношению к нему несправедливостью. «Очень и очень возмущен я поступком Академии, — пишет профессор Петербургского университета И. Н. Боргман. — ... Впрочем, так поступает наша Академия уже не в первый раз. Теперь почетнее быть забаллотированным, чем попасть в число членов ее».

«То, что Вы сообщаете мне в последнем письме, — пишет Столетову из Одессы профессор Ф. Н. Шведов, — меня несколько не поразило... Ведь забаллотировали же некогда Менделеева... Я бы утешался тем, что лучшие современные русские ученые — Менделеев, Мечников — не в богадельне. Быть в их компании совсем не стыдно».

Много писем приходит из-за рубежа. Столетову пишут Кельвин, Гельмгольц, Больцман.

Несмотря на сочувствие друзей, Столетов тяжело переживает нанесенное ему оскорбление. Да и университетское начальство все больше и больше начи-

нает выказывать ему свою немилость. Все это сильно отражается на здоровье Александра Григорьевича. Его мучает кашель, бессонница, ему все труднее и труднее выходить из дома. В 55 лет в результате непрерывной травли он становится больным стариком.

В начале 1896 года Столетов переносит тяжелое рожистое воспаление. Едва оправившись от него, он снова заболевает. Болезни терзают ослабленный организм, и в ночь с 14 на 15 мая Александр Григорьевич умирает от воспаления легких.

Значение Столетова как ученого для русской и мировой науки огромно. Он создал первую в России учебно-исследовательскую физическую лабораторию, основал школу русских физиков, сделал множество открытий.

Работы Столетова по намагничиванию железа превратили электротехнику из науки эмпирической в теоретическую. Большой вклад внесли также его труды, посвященные разработке системы единиц для электрических измерений.

На основе изученного Столетовым явления фотоэффекта были созданы фотоэлементы, которые несут службу на заводах и фабриках, сортируя и считая продукцию, управляя прокатными станами и плавкой металла, читая чертежи и изготовляя по ним детали. Фотоэлементы превратили немое кино в звуковое, сделали возможным фототелеграф, работают в различных автоматических устройствах (например, в метро).

Вакуумная установка Столетова для изучения электрических явлений в разреженных газах явилась прообразом электронной лампы, которая совершила подлинную революцию в электротехнике. Радиоприемники и радиопередатчики, рентгеновские аппараты и газоразрядные трубки, радиолокаторы и электронные микроскопы, телевизоры и электронно-вычислительные машины — вот далеко не полный перечень того, что стало возможно благодаря пионерским трудам Александра Григорьевича Столетова.

Имя его по праву занимает теперь подобающее место в истории отечественной и мировой науки.

**СОФЬЯ ВАСИЛЬЕВНА КОВАЛЕВСКАЯ**  
(1850—1891)

Н. Я. Виленкин, В. П. Лишевский

**ПЕРВАЯ ПРЕМИЯ**

В 1888 году Парижская Академия наук должна была присудить премию за лучшую научную работу, посвященную движению твердого тела, имеющего одну неподвижную точку. Эту задачу называли также задачей о движении волчка — ведь все точки быстро вращающегося волчка находятся в движении, за исключением конца острия, которым волчок касается пола. Издавна волчки (или, как их еще называют, юлы) были любимыми игрушками детей. Но они привлекали к себе внимание и солидных ученых — слишком удивительны были свойства вращающихся тел. Непонятно было, почему ось быстро вращающегося волчка сама совершает медленное вращение. Удивительным казалось и стремление оси волчка сохранять свое направление при действии на волчок внешних сил, причем изменение направления оси шло в направлении, отличном от направления этой силы. Интерес к движению волчка не был пустым любопытством.

Объяснения свойств этого движения ждали астрономы, интересовавшиеся такими громадными волчками, как планеты и звезды, оружейники, давно заметившие, что пули и снаряды точнее попадают в цель, если придать им, кроме поступательного еще и вращательное движение, техники, разрабатывавшие новые модели велосипедов, и многие другие.

До начала XVII века ученые, рассуждая о



свойствах волчков, давали лишь объяснения, похожие на слова мольеровского персонажа, утверждавшего, что морфий усыпляет потому, что в нем содержится усыпительная сила. Но после работ Галилея, объяснившего законы падения тел, и Гюйгенса, исследовавшего движение маятника, возникла новая ветвь механики — динамика. Одной из ее задач стало объяснение таинственных свойств волчка. В конце XVII века Ньютон и Лейбниц, создав дифференциальное и интегральное исчисления, дали в руки ученых «золотой ключ», позволявший сводить задачи динамики к решению уравнений, содержащих искомые функции и их производные, — так называемых дифференциальных уравнений. Сила методов нового исчисления была проверена на задачах небесной механики: с их помощью Ньютону удалось объяснить кеплеровы законы движения планет, а его последователям — предсказать время возвращения одной из самых ярких комет — кометы Галлея.

Естественно, что ученые попытались применить новые методы к изучению движения волчка. Им пришлось для этого ввести ряд новых понятий — моменты инерции, игравшего в объяснении вращательных движений ту же роль, что масса тела в объяснении поступательного движения, эллипсоида инерции, который показывал изменение момента инерции при изменении оси вращения, и т. д. Так, член Петербургской Академии наук, один из величайших математиков XVIII века Эйлер изучил движение тела вокруг его центра тяжести. Это имело большое значение, так как позволило объяснить причину так называемого «предварения равноденствий», связанного с изменением оси вращения земного шара, движение вращающихся орудийных снарядов и т. д. Исследования Эйлера были дополнены французским ученым Пуансо. После этого волчки стали излюбленной моделью, к которой прибегали физики, стремясь объяснить те или иные явления. Даже Максвелл, строя теорию электромагнитных явлений, прибегал к механическим моделям, большую роль в которых играли волчки, помещенные в каждую точку пространства.

Но теория Эйлера — Пуансо не могла объяснить движение волчка, которым любят играть малыши — его точка опоры находится не в центре тяжести,

Волчок такого типа имеет форму тела вращения, а точка опоры находится на оси симметрии. Задачу о движении волчка такой формы решил Лагранж, изложивший свое решение в книге «Аналитическая механика»; книга эта прославилась не только глубиной изложения, но и тем, что в ней не было ни одного чертежа — Лагранж считал механику наукой о решении дифференциальных уравнений и к наглядным представлениям не прибегал. Решение Лагранжа развил и усовершенствовал Пуассон.

После Эйлера, Лагранжа, Пуансо и Пуассона многие ученые пытались найти еще хотя бы одну форму волчка, при которой решение уравнений его движения можно свести к вычислению интегралов. Но никому не удавалось продвинуться вперед ни на шаг. Это было особенно удивительно потому, что как раз в XIX веке в трудах Гаусса, Остроградского, Якоби, Коши, Римана и многих других были созданы новые математические методы, позволившие решить самые трудные задачи математической физики. А глубже познать законы движения волчка было нужно и для практики. Хотя в те времена гироскопы не играли такой важной роли в технике, как сейчас, когда без гироскопических приборов не обходятся ни корабли, ни самолеты, ни ракеты, проницательные инженеры уже понимали, что время гироскопов не за горами, а нет ничего более практичного, чем хорошая теория.

Поэтому следует признать, что выбор Парижской Академией наук темы для конкурса был удачен. Изучив присланные рукописи, жюри признало лучшей работу под девизом: «Говори, что знаешь, делай, что должен, будь, чему быть». В ней содержалось решение задачи о движении несимметричного волчка, центр тяжести которого лежит на экваториальной плоскости эллипсоида инерции, длины осей которого подчинены условию  $A=B=2C$ . Автор работы проявил не только большой математический талант, но и незаурядную эрудицию: в работе были использованы самые новейшие достижения математики того времени — теория функций комплексного переменного, гиперэллиптические интегралы и т. д. Выполненное исследование так понравилось членам жюри, что они решили увеличить сумму премии с 3000 до 5000 франков. Когда вскрыли конверт с именем автора, не ожи-



Данно оказалось, что самую лучшую работу написала единственная женщина, занимавшая в то время должность профессора математики,— Софья Васильевна Ковалевская.

## ДЕТСТВО И ЮНОСТЬ

Долго и труден был путь Софьи Васильевны к этому триумфу, сразу поставившему ее выше всех женщин, занимавшихся до нее математикой — и гречанки Гипатии (V век нашей эры), читавшей лекции по философии и математике, и француженки Эмилии дю Шатле, переведшей в начале XVIII века на французский язык «Начала» Ньютона, и итальянки Марии Гаэтаны Аньези, в честь которой одна из кривых была названа «локон Аньези».

Софья Васильевна родилась в Москве 3 (15) января 1850 года. Ее отец — генерал В. В. Корвин-Круковский, начальник московского арсенала, вел свой род от венгерского короля Матвея Корвина. Мать, Елизавета Федоровна, происходила из ученой семьи — ее отец Ф. Ф. Шуберт был почетным членом Академии наук, а дед, академик Ф. И. Шуберт, — известным астрономом и математиком.

В 1858 году Василий Васильевич Корвин-Круковский был уволен в отставку в чине генерал-лейтенанта и перебрался вместе с семьей в свое имение Палибино Невельского уезда Витебской губернии. Своим детям он дал домашнее образование. Наставниками Сони были англичанка Смит и домашний учитель Малевич. Но интерес к математике появился у девочки под влиянием дяди, Петра Васильевича Корвин-Круковского. «От него услышала я, например, в первый раз о квадратуре круга, об асимптотах, к которым кривая постоянно приближается, никогда их не достигая, и о многих других вещах подобного же рода», — вспоминала впоследствии Софья Васильевна.

Помимо бесед с дядей, было еще одно обстоятельство, довольно курьезное, пробудившее интерес Сони к математике. Вот как описала этот эпизод С. В. Ковалевская в своих воспоминаниях.

«Когда мы переезжали на житье в деревню, весь дом пришлось отделать заново и все комнаты оклеить новыми обоями. Но.., на одну из наших детских

комнат обоев не хватило... Эта обиженная комната так и простояла много лет с одной стороной, оклеенной бумагой. Но по счастливой случайности на эту предва- рительную наклейку пошли именно листы литографи- рованных лекций Остроградского о дифференциальном и интегральном исчислении, приобретенных моим от- цом в молодости. Листы эти, испещренные странны- ми непонятными формулами, скоро обратили на себя мое внимание. Я помню, как я в детстве проводила целые часы перед этой таинственной стеной, пытаюсь разобрать хотя бы отдельные фразы и найти тот по- рядок, в котором листы должны были следовать друг за другом. От долгого ежедневного созерцания внеш- ний вид многих формул так и врезался в моей памя- ти, да и самый текст оставил по себе глубокий след в мозгу, хотя в самый момент прочтения он и остался для меня непонятным.

Когда много лет спустя, уже пятнадцатилетней де- вочкой, я брала первый урок дифференциального ис- числения у известного преподавателя в Петербурге, Александра Николаевича Страннолюбского, он уди- вился, как скоро я охватила и усвоила себе понятия о пределе и о производной, точно я наперед их зна- ла».

Увлечение Сони математикой привело к конфлик- ту в семье. Генералу Корвин-Круковскому совсем не хотелось, чтобы его дочь стала «синим чулком» или, того хуже, стриженной курсисткой, о которых говорили, что «они в бога не верят и живых лягушек режут». Поэтому Соне часто приходилось заниматься матема- тикой тайно. Идя спать, она клала под подушку по- лученный от Малевича «Курс алгебры» Бурдона, а когда все засыпали, при свете ночника читала его почти до утра.

Помог Сониным занятиям сосед Корвин-Круков- ских по имени — профессор физики Тыртов. Однаж- ды, заехав к соседям в гости, он услышал от Сони, что она прочитала его учебник элементарной физики и все там поняла. Тыртов ей сначала не поверил. Но, побеседовав с девочкой, настолько удивился ее спо- собностям, что отправился к генералу и стал убеж- дать его в необходимости учить девочку самым серь- езным образом. Тыртов даже сравнил Сою с Паска- лем, который в детстве сам вывел многие теоремы

евклидовой геометрии. И генерал согласился на то, чтобы Соня продолжила свои занятия математикой. Ее стал учить математик Страннолюбский. В течение одной зимы она прошла с ним аналитическую геометрию, дифференциальное и интегральное исчисления.

Но не только Соня доставляла хлопоты почтенному генералу. Неожиданно он перехватил письмо, которое направил его старшей дочери Анне петербургский писатель и журналист Федор Михайлович Достоевский, совсем недавно вернувшийся в столицу после долгих лет каторжных работ, к которым он был приговорен за участие в революционном кружке Петрашевского. В письме высоко оценивались литературные достоинства повести, написанной Анной и посланной ею в журнал, которым руководил Достоевский. Скандал был невероятный — дочь уважаемых родителей тайком от них переписывается с незнакомым человеком, да еще вчерашним каторжником!

Анне и Соне стало ясно, что для дальнейшего развития своих способностей они должны вырваться из-под родительской опеки. Самым распространенным в то время способом эмансипации (освобождения) женщин был фиктивный брак, после которого фиктивные мужья предоставляли своим женам полную свободу. Осенью 1868 года Соня вступила в фиктивный брак с будущим выдающимся палеонтологом Владимиром Онуфриевичем Ковалевским (1842—1883) и в следующем году уехала вместе с ним и старшей сестрой Анной в Германию для продолжения образования — в России доступ женщинам в университеты был закрыт.

#### МОЛОДОЙ ДОКТОР ФИЛОСОФИИ

Вначале Софья Васильевна поселилась в Гейдельберге, где в местном университете слушала лекции видных естествоиспытателей Кирхгофа, Дюбуа-Реймона и Гельмгольца. Но еще более интересными казались ей лекции профессора Кенигсбергера, ученика крупнейшего немецкого математика того времени Карла Вейерштрасса. Получать знания из вторых рук было не в характере Софьи Васильевны, и она решила учиться у самого Вейерштрасса.

Это были годы расцвета научной и педагогической деятельности Вейерштрасса. Глубокое и система-

тическое развитие идей, заложенных им еще в первой своей работе, привело к результатам важнейшего значения. Основные работы Вейерштрасса были посвящены теории эллиптических интегралов, которую создали и развивали Абель, Якоби и другие математики предшествовавшего поколения. Еще Абель заметил, что некоторые из эллиптических функций можно записать в виде отношения двух степенных рядов, суммы которых существуют при любом значении аргумента, т. е. в виде

$$\frac{a_0 + a_1(x - x_0) + \dots + a_n(x - x_0)^n + \dots}{b_0 + b_1(x - x_0) + \dots + b_n(x - x_0)^n + \dots}.$$

Дальнейшее развитие этой идеи потребовало систематического и глубокого изучения степенных рядов и функций, выражаемых такими рядами.

Со степенными рядами математики встретились в XVIII веке. Оказалось, что в их теории есть тайны, связанные с бесконечностью числа слагаемых, а неосторожное обращение с суммами бесконечных рядов ведет к недоразумениям, ошибкам, парадоксальным результатам. Только после работ Коши и Абеля бесконечные степенные ряды стали надежным орудием в руках математиков.

Вейерштрасс изучал свойства эллиптических и еще более общих функций с помощью степенных рядов. При этом он исследовал свойства таких рядов не только при действительных, но и при комплексных значениях аргумента. В результате этих исследований возникла одна из замечательных глав математики — теория функций комплексного переменного, находящая сейчас важные приложения в самых разных областях человеческой деятельности: аэро- и гидродинамике, теории упругости, картографии и т. д. Подход Вейерштрасса к теории аналитических функций характеризовался строгой логичностью. Вейерштрасс считал, что сущность математического познания — в абсолютной полноте его обоснования. Гениальные работы Римана, иногда заменявшего строгую логику ссылкой на наглядность, были глубоко чужды Вейерштрассу. В то же время он хорошо понимал практическое значение математических исследований и верил, что его исследования по эллиптическим функциям сыграют свою роль в приложениях математики.

Лекции Вейерштрасса по теории аналитических и эллиптических функций привлекали толпы слушателей. Ведь только на этих лекциях можно было познакомиться с его идеями — великий математик обладал странным отвращением к типографской краске и не позволял не только печатать, но даже литографировать свои лекции — их можно было лишь переписывать от руки.

Софья Васильевна решила стать студенткой Берлинского университета. Но порядки в столице Пруссии были куда реакционнее, чем в сравнительно либеральном Гейдельберге — женщин не допускали на лекции даже в качестве вольнослушательниц. Поэтому Софье Васильевне пришлось решиться на крайний шаг — обратиться прямо к Вейерштрассу с просьбой давать ей частные уроки математики.

Когда Ковалевская пришла домой к Вейерштрассу, то, чтобы проверить, насколько она готова к занятиям математикой, Вейерштрасс дал ей несколько трудных задач и попросил подумать на досуге над ними. Вероятно, в глубине души он считал, что больше никогда не увидит молодую русскую, обратившуюся к нему со столь странной просьбой. Но как велико было его изумление, когда ровно через неделю она принесла ему решения всех задач. Еще более поразился Вейерштрасс безукоризненно логичному и точному обоснованию всех решений. Как и он сам, Софья Васильевна на первое место ставила логику. На этот раз знаменитый математик внимательнее посмотрел на свою посетительницу. Он увидел одухотворенное лицо, на котором живо отражалось радостное сознание преодоленных трудностей, темно-каштановые коротко остриженные волосы, большие серозеленые глаза, в которых читались незаурядные ум и воля.

Получив положительный отзыв о Софье Васильевне от Кенигсбергера, Вейерштрасс дал согласие заниматься с нею. Так как ей не разрешали посещать Берлинский университет, занятия пришлось проводить дома и продолжались они четыре года.

Сохранились письма Вейерштрасса к своей ученице, которые рассказывают, как шли эти занятия, как раскрывались перед юной ученицей широкие горизонты новой теории функций и ее приложений, как

появились задачи для самостоятельных размышлений, и как шаг за шагом она преодолевала возникавшие трудности.

Три проблемы поставил Вейерштрасс перед Софьей Васильевной. Первая из них касалась решения уравнений в частных производных. Еще Ньютон заметил, что степенные ряды — могучее орудие для решения дифференциальных уравнений. Но во времена Ньютона не задумывались над вопросами: имеет ли всякий степенной ряд сумму, является ли эта сумма на самом деле решением заданного уравнения. Новый подход Коши и Вейерштрасса открывал пути к построению строгой теории, давал уверенность в том, что данное уравнение решается с помощью степенных рядов. С. В. Ковалевской удалось доказать самую общую теорему. Она доказала, что решение систем уравнений очень общего вида аналитично, т. е. выражается через степенные ряды. Исследуя решение одного из важнейших уравнений, описывающего распространение тепла в стержне, Софья Васильевна обнаружила свойства этого решения, оказавшиеся неожиданными даже для Вейерштрасса.

Вторая проблема была тесно связана с эллиптическими интегралами, третья касалась теории колец Сатурна. В последней работе Софья Васильевна уточнила исследования знаменитого французского математика и механика Лапласа.

Все эти проблемы были успешно решены, и в 1874 году по представлению Вейерштрасса Геттингенский университет за работы: «К теории уравнений в частных производных», «О приведении одного класса абелевых интегралов третьего ранга к интегралам эллиптическим» и «Дополнения и замечания к исследованию Лапласа о форме кольца Сатурна» присудил заочно (без защиты) Софье Васильевне Ковалевской степень доктора философии с высшей похвалой. Такой чести удостаивались немногие.

#### НА РОДИНЕ

В июле 1874 года С. В. Ковалевская вернулась в Россию. В то же время на родину приехала и ее сестра Анна вместе со своим мужем Шарлем Виктором Жакларом, который был деятельным членом I Интернационала.

Когда весной 1871 года разразились события Парижской коммуны, Жаклары приняли в них непосредственное участие. Виктор был избран в ЦК Национальной гвардии и командовал ее 17-м легионом. Он руководил вооруженными силами коммунаров в районе Монмартра. Анна вместе с приехавшей из Берлина в осажденный Париж Софьей ухаживала за ранеными.

После разгрома Парижской коммуны Виктор Жаклар оказался в тюрьме. Для спасения зятя в Париж приехал сам В. В. Корвин-Круковский, который лично знал Тьера. Старому генералу удалось несколько облегчить участь мужа своей дочери, и вскоре при помощи четы Ковалевских и жены Анны Жаклару удалось бежать из тюрьмы и перебраться в Швейцарию. Вслед за мужем уехала Анна.

Так, три года спустя, все снова собрались вместе в Палибино. В старой усадьбе царила атмосфера всеобщей любви и дружбы. Софья была бы счастлива, если бы не мысли о будущем. Как сложится ее дальнейшая судьба? Получит ли она должность преподавателя в университете? Ведь по законам Российской империи женщина могла преподавать математику только в начальных классах гимназии.

Отдохнув в Палибино, Ковалевские уехали в Петербург. Начались хлопоты о получении места преподавателя в каком-либо высшем учебном заведении. Они окончились провалом. Софье Васильевне не разрешили преподавать даже на Высших женских курсах.

Рассказывают, что во время своих скитаний по бюрократическим учреждениям Петербурга Софья Васильевна как-то попала в кабинет одного чиновника, который в ответ на ее просьбу разрешить преподавать в университете ответил отказом, грубо прибавив: «У нас всегда этим занимались мужчины. Справляются они со своими обязанностями, слава богу, хорошо, и поэтому не надо нам никаких нововведений!» На это возмущенная Софья Васильевна сказала: «Когда Пифагор открыл свою знаменитую теорему, он принес в жертву богам 100 быков. С тех пор все скоты боятся нового...».

В жизни Ковалевских происходит важное событие. Дружба и взаимное уважение, связывающие Софью и Владимира Онуфриевича, переходят в любовь и

их брак становится фактическим. В 1878 году у Ковалевских рождается дочь, которую в честь матери называют Софьей.

В это время Софья Васильевна несколько отходит от занятий математикой. Теперь она — журналистка и рачительная хозяйка. В периодической печати появляются ее научно-популярные статьи, критические заметки, театральные рецензии. В гостеприимном доме Ковалевских бывают многие видные ученые и писатели: Д. И. Менделеев, И. М. Сеченев, С. П. Боткин, А. М. Бутлеров, П. Л. Чебышев, А. Г. Столетов, И. С. Тургенев, Ф. М. Достоевский и другие.

В то время некоторая часть русского общества была охвачена «...духом наживы и разных коммерческих предприятий. Это течение захватило и моего мужа и отчасти, должна покаяться в своих грехах, и меня самое», — вспоминала впоследствии Софья Васильевна. Ковалевские хотели обеспечить себя материально, чтобы потом, не думая о хлебе насущном, заниматься наукой.

Увлечение коммерцией закончилось трагически. Владимир Онуфриевич был выдающимся ученым, но никудышным коммерсантом. Его обманывали компаньоны, подрядчики, рабочие, — все, с кем он имел дело. Вскоре он окончательно запутался в долгах и, не видя выхода, покончил жизнь самоубийством.

Печальная весть застала Софью Васильевну в Париже, где она хлопотала о месте преподавателя на Высших женских курсах. Получив известие о смерти мужа, она заболела. Оправившись, она поспешила в Петербург и добилась установления непричастности Владимира Онуфриевича к темным делам его компаньонов. Научный мир скорбел о кончине доцента Московского университета, основоположника эволюционной палеонтологии, которого многие ученые-палеонтологи считали своим учителем.

#### МАТЕМАТИК И ЛИТЕРАТОР

В 1883 году Софья Васильевна Ковалевская получила приглашение от шведского математика Миттаг-Леффлера (с которым она вместе училась у Вейерштрасса) занять должность приват-доцента в Стокгольмском университете. В ноябре того



же года она выехала в Швецию. Так как Софья Васильевна не знала шведского языка, ей разрешили в течение первого семестра читать лекции на немецком языке. Через несколько месяцев она уже сносно владела шведским языком и могла вести на нем преподавание.

Летом 1884 года Софья Васильевна была назначена профессором Стокгольмского университета. За 8 лет она прочла 12 различных курсов, в том числе теорию уравнений в частных производных, курс механики, теорию алгебраических, абелевых и эллиптических функций и другие.

Но не только математикой занималась в те годы Софья Васильевна. Она проявила и незаурядный литературный талант, написала ряд рассказов, повесть «Нигилистка», драму «Борьба за счастье» (совместно с сестрой Миттаг-Леффлера, оставившей интереснейшие воспоминания о Софье Васильевне). Дом Ковалевской стал одним из центров интеллектуальной жизни Стокгольма — здесь бывали известный исследователь Нансен, Миттаг-Леффлеры, многие писатели, профессора.

Много сил уделяла Софья Васильевна освободительному движению. Она участвовала в социалистических конгрессах, была знакома со многими русскими политическими эмигрантами, активно боролась за равноправие женщин.

В Стокгольме Софья Васильевна завершила свой главный труд — исследование движения волчка. За это она, как уже говорилось, в 1888 году получила премию Парижской Академии наук. В следующем году она получает премию в 1500 крон от Стокгольмской Академии наук за новую работу, также посвященную вращению твердого тела.

Русские математики неоднократно пытались привлечь С. В. Ковалевскую к научной и педагогической работе на родине, но безуспешно. Не помогло также и прошение, поданное родственником Софьи Васильевны генералом А. И. Косичем на имя президента Академии, в котором он, в частности, приводил слова Наполеона о том, что «всякое государство должно дорожить возвращением выдающихся людей более, нежели завоеванием богатого города».

Но новые веяния проникали и в Академию наук. 4 (16) ноября 1889 года в Академии был принципиально решен вопрос «о допущении лиц женского пола к избранию в члены-корреспонденты». За это постановление голосовало 20 человек (против 6). И вот 7 (19) ноября на физико-математическом отделении по предложению академиков П. Л. Чебышева, В. Г. Имшенецкого и В. Я. Буняковского в члены-корреспонденты Петербургской Академии была избрана доктор математики, профессор Стокгольмского университета Софья Васильевна Ковалевская. 2 (14) декабря 1889 года общее собрание Академии утвердило это решение.

Теперь Софья Васильевна пользовалась мировой славой. Математики ждали ее новых работ о движении твердого тела. Она была полна научных и литературных замыслов. Но все эти замыслы остались неосуществленными. Возвращаясь в январе 1891 года в Стокгольм из Франции, где она проводила зимние каникулы, Софья Васильевна простудилась и 29 января (10 февраля) умерла от воспаления легких.

На ее похоронах были преподаватели Стокгольмского университета, студенты, многочисленные друзья и знакомые. Прощаясь с ней, ее однофамилец М. М. Ковалевский сказал: «Софья Васильевна! Благодаря вашим знаниям, вашему таланту и вашему характеру, вы всегда были и будете славой нашей Родины. Не даром оплакивает вас вся ученая и литературная Россия... Вам не суждено было работать в родной стране, и Швеция приняла вас. Честь этой стране, другу науки!.. Но, работая по необходимости вдали от Родины, вы сохранили свою национальность, вы остались верной и преданной союзницей юной России, России мирной, справедливой и свободной, той России, которой принадлежит будущее...».

С тех пор прошло около 90 лет. Имя Софьи Васильевны Ковалевской занимает достойное место в ряду имен великих русских ученых, которыми по праву гордится наша Родина. Президент Академии наук СССР С. И. Вавилов сказал 13 января 1950 года на торжественном заседании, посвященном 100-летию со дня рождения С. В. Ковалевской: «Вклад, внесенный в науку Ковалевской за ее недолгую жизнь, необычайно

полноценен и многозначителен. Ее фундаментальное исследование по вращению твердого тела послужило основой для дальнейшего развития важнейших вопросов механики в нашей стране и во всем мире. Ее тонкие исследования по теории дифференциальных уравнений и по некоторым вопросам математической физики и теоретической астрономии сохраняют свое значение и на сегодня. В истории человечества до Ковалевской не было женщины, равной ей по силе и своеобразию математического таланта... Ковалевская была не только математиком. Она проявила себя как писательница... и как публицист. Она не замыкалась в узкую математическую специальность и глубоко понимала свой гражданский долг перед страной, перед народом...

Выдающееся значение научного творчества Ковалевской высоко оценивалось всей передовой русской интеллигенцией. Выражением этого было исключительное событие для старой дореволюционной России — избрание Ковалевской членом-корреспондентом Академии наук в 1889 году».

С. В. Ковалевская показала всему миру возможности женщин в области математического творчества. Через два года после ее смерти прусское правительство допустило женщин к слушанию лекций на правах вольнослушательниц. В 1895 году англичанка Грэйс Чизгольм получила вслед за Софьей Васильевной там же, в Геттингене, звание доктора математики. Выдающиеся работы по математике написала в XX веке Эмми Нетер, являющаяся одной из основательниц современной алгебры. В Советском Союзе известны имена академика П. Я. Полубариновой-Кочиной, профессоров О. А. Ладыженской, О. А. Олейник и многих других женщин, которым принадлежат замечательные результаты в самых различных областях математики.

*Ковалевская С. В. Воспоминания. Повести. — М.: 1974.*

*Полубаринова-Кочина П. Я. Жизнь и деятельность С. В. Ковалевской. — М. — Л.: 1950.*

**ЛЕОНИД ИСААКОВИЧ МАНДЕЛЬШТАМ**  
(1879—1944)

**В. А. Ф а б р и к а н т**

**МАНДЕЛЬШТАМ — ПЕДАГОГ**

О Леониде Исааковиче Мандельштаме я, студент-первокурсник, впервые услышал в 1925 году на заседании предметной комиссии по физике Московского государственного университета. В эту комиссию наряду с преподавателями входили и представители студентов. Председатель сообщил, что удалось пригласить для работы в МГУ очень крупного ученого, известного физика — Л. И. Мандельштама. Мы, студенты, естественно, были заинтригованы.

Вскоре начались знаменитые мандельштамовские семинары. Студент-старшекурсник С. Шубин, ставший потом видным физиком-теоретиком и почему-то опекавший меня, посоветовал ходить на эти семинары. Он сказал: «Поначалу ты мало что будешь понимать, но зато почувствуешь дух настоящей науки». Обе части его предсказания оправдались.

На семинарах Л. И. Мандельштама все было для нас необычно. Прежде всего — состав семинара. В нем участвовали не только студенты и аспиранты, но и многие наши преподаватели и совсем посторонние для нас, студентов, люди. В связи с этим семинары проводились в самой большой аудитории. «Взрослые» занимали первые скамьи в аудитории, несколько подальше сидели студенты.

На семинаре царила атмосфера доброжелательного внимания к высказываниям любого участника, независимо от его научного «ранга». Никто



не боялся задавать «глупые» вопросы, многие из которых, после тщательного обсуждения, оказывались далеко не такими «глупыми», как это казалось сначала. Вместе с тем любая физическая ошибка выяснялась и критиковалась в четкой, но не обидной форме. Решающую роль в создании такой атмосферы доброжелательности и корректности играли личные качества Мандельштама. Словами трудно передать его обаяние. Каждая встреча с ним была для нас радостью. Когда по каким-либо причинам Леонид Исаакович отсутствовал на семинаре, студенты говорили: «чай без сахара».

Обычно Л. И. Мандельштам предварял доклад кого-либо из участников семинара несколькими краткими замечаниями, а после доклада подводил итоги. Нас поражала его способность излагать самые сложные вопросы просто и, с другой стороны, умение обнаруживать сложности в простых на первый взгляд вопросах. Недаром в те годы у физиков появился термин «мандельштамовская ясность».

Когда на четвертом курсе подошла моя очередь выступать в качестве докладчика на семинаре, я лично убедился в том, какую большую работу проводили Л. И. Мандельштам и его сотрудники, готовя нас к выступлению. Сам Леонид Исаакович был блестящим лектором и докладчиком. Ученик его С. М. Рытов пишет в своих воспоминаниях: «Я много думал над тем, в чем секрет совершенно особого воздействия выступлений Л. И., того эмоционального подъема, который они всегда вызывали. Его лекции и доклады захватывали аудиторию, заставляли забывать обо всем на свете и переживать услышанное. Так бывает с лучшими произведениями театра или кино, вообще искусства. Но... «оружием» Л. И. было не красноречие или «театральщина», а замечательное умение поразить слушателей, задеть их за живое, зажечь интерес и заставить увидеть вопросы там, где, казалось бы, все уже ясно в силу сказанного ранее».

Я невольно, как бывший студент Леонида Исааковича, начал с характеристики Мандельштама-педагога, но это отнюдь не означает, что для него преподавание было главным делом. Правильнее будет сказать, что у него трудно было провести четкую границу между исследовательской деятельностью и преподаванием.

В 1929 году Л. И. Мандельштам был избран действительным членом Академии наук. Выдающийся ученый, он создал одну из самых крупных советских научных школ в области физики. Его ученики — академики А. А. Андронов, М. А. Леонтович, и И. Е. Тамм, член-корреспондент С. М. Рытов, профессор Г. С. Горелик, А. А. Витт, С. Э. Хайкин, С. П. Стрелков. Его близкий сотрудник — академик Г. С. Ландсберг. Нельзя не упомянуть и о близком друге Леонида Исааковича, академике Николае Дмитриевиче Папалекси, с которым он работал совместно 45 лет. Все это — крупные имена в науке. Сейчас успешно работают научные «внуки» и «правнуки» Л. И. Мандельштама.

Для того чтобы было понятно, как складывался круг научных интересов Леонида Исааковича, нужно привести некоторые краткие биографические данные. Окончив в 1897 году гимназию (с медалью), Л. И. Мандельштам поступил на математическое отделение физико-математического факультета Новороссийского университета. Однако в 1899 году в связи со студенческими беспорядками он был исключен из университета и уехал за границу, в Страсбург, где поступил на физико-математический факультет университета. Кафедру физики в этом университете занимал выдающийся ученый Ф. Браун, получивший в 1909 году Нобелевскую премию за работы по радиотелеграфии. Он же был директором образцового для того времени физического института в Страсбурге.

Браун очень скоро оценил исключительные способности Л. И. Мандельштама и привлек его к научной работе в области физики электромагнитных колебаний. Первая научная статья Леонида Исааковича была посвящена определению времени затухания колебаний в контуре.

После окончания университета Мандельштам в качестве ассистента Ф. Брауна продолжал активную исследовательскую работу, совмещая ее с участием в заводских испытаниях новой радиоаппаратуры. В этот период Л. И. Мандельштам сделал свое первое (из 60!) изобретение, позволившее существенно повысить чувствительность приемной радиоаппаратуры.

Характерно, что изобретение, имевшее большую практическую ценность, было сделано на основе проведенного им теоретического анализа.

Всю последующую жизнь Л. И. Мандельштам занимался главным образом физикой и техникой колебаний и волн самой различной природы, поразительно сочетая творческую деятельность в столь разнородных областях, как проблемы теоретической физики, тонкости физического эксперимента и решение конкретных инженерных задач. А. А. Андронов в докладе, посвященном первой годовщине со дня смерти Л. И. Мандельштама, очень правильно сказал: «...в наше время резкого деления физиков на теоретиков и экспериментаторов, на «чистых» физиков и «технических» физиков, Л. И. — одновременно теоретик и экспериментатор, «чистый» физик и «технический» физик». К этим словам хочется добавить, что Леонид Исаакович умел ценить творческое начало в любой, даже очень далекой от науки и искусства области. Помню, с каким восхищением он говорил об изобретении застёжки «молния», в то время — новинки, и интересовался, кто сделал это остроумное изобретение.

К страсбургскому периоду относится также полемика Л. И. Мандельштама со знаменитым уже в то время физиком, родоначальником квантовой теории Максом Планком. Мандельштам, несмотря на врожденную скромность и мягкость характера, твердо стоял на том, что у Планка в работе, посвященной волновой теории распространения света в прозрачных средах, есть принципиальная ошибка. После длительной полемики Планк признал правоту Мандельштама. Этот эпизод интересен еще и тем, что здесь проявилась способность Леонида Исааковича находить аналогию между явлениями в далёких друг от друга областях физики. В споре с Планком, судя по всему, Мандельштам использовал аналогию между соседними атомами среды с колеблющимися в них электронами и близко расположенными работающими радиоантеннами.

В те же годы Л. И. Мандельштам начал цикл работ по молекулярному рассеянию света.

Каждый знает, что в мутной среде, будь то туман или молочное стекло, свет рассеивается. Причиной рассеяния является оптическая неоднородность среды.

Например, капельки воды, образующие туман, имеют показатель преломления, резко отличающийся от показателя преломления воздуха. Казалось бы, в чистом воздухе не должно быть рассеяния света. Однако это не так. То, что мы видим над собой голубое небо, есть результат рассеяния солнечного света молекулами воздуха земной атмосферы. (Недаром на очень высоких горах небо даже днем кажется темным). Молекулярное рассеяние света происходит также из-за оптической неоднородности среды; но причиной этой неоднородности является хаотическое тепловое движение атомов или молекул. Это движение приводит к случайному возрастанию концентрации атомов или молекул в одних точках среды и убыванию в других. Такие отклонения плотности от среднего значения называются флуктуациями плотности. Эти флуктуации вызывают в свою очередь локальные изменения показателя преломления среды, и среда становится оптически неоднородной, рассеивающей свет. Л. И. Мандельштам в 1913 году опубликовал работу о молекулярном рассеянии света при отражении от поверхности жидкости, обладающей шероховатостью опять-таки за счет хаотического теплового движения молекул. Эту работу, содержащую и теорию явления, и описание эксперимента, Эйнштейн доложил на своем семинаре и прислал Леониду Исааковичу открытку, в которой назвал работу «красивой».

В 1914 г., когда начала надвигаться угроза войны, Л. И. вернулся на родину.

#### ЭФФЕКТ МАНДЕЛЬШТАМА — БРИЛЛЮЭНА

Продолжая размышлять над проблемами молекулярного рассеяния, Мандельштам в 1918 году пришел к выводу, что процесс рассасывания флуктуаций плотности в среде должен вызывать модуляцию амплитуды рассеянных флуктуациями световых волн. Всякая модуляция волн вызывает изменение их частоты. Например, при радиопередаче диктор, говоря в микрофон, модулирует со звуковыми частотами амплитуду радиоволн, и в излучении радиостанции, кроме основной, несущей частоты, появляются боковые полосы частот.



Процесс возникновения и рассеивания флуктуаций можно представить как результат наложения упругих акустических волн, распространяющихся в среде по всевозможным направлениям со скоростью звука. Эти волны модулируют рассеянную веществом световую волну, так что в рассеянном свете, помимо основной, несущей частоты  $\nu_0$  (частота падающего света) появляются дополнительные частоты  $\nu_0 + \Delta\nu$  и  $\nu_0 - \Delta\nu$ , где  $\Delta\nu$  — частота модулирующих акустических колебаний \*). Относительное изменение частоты ( $\Delta\nu/\nu$ ) равно отношению скорости звука в веществе к скорости света. Скорость звука даже в твердых кристаллах типа кварца составляет около  $6 \cdot 10^3$  м/с, а скорость света —  $3 \cdot 10^8$  м/с, так что относительное изменение частоты составляет тысячные доли процента. Таким образом, модуляция при рассеянии света на флуктуациях плотности — очень тонкий эффект. К этому надо добавить, что интенсивность молекулярного рассеяния весьма мала ( $10^{-6}$  или  $10^{-7}$  от интенсивности падающего света).

Долгое время Мандельштам не имел возможности поставить тонкие эксперименты по проверке своего теоретического предсказания; поэтому он опубликовал соответствующую статью только в 1926 году. В 1922 году появилась статья французского физика Бриллюэна, содержащая часть теоретических результатов Леонида Исааковича. Описанное явление было позднее экспериментально обнаружено и получило название эффекта Мандельштама—Бриллюэна. Однако до этого было сделано очень важное открытие.

---

\*) Для знающих тригонометрию. Амплитуда модулированной с частотой  $\Delta\nu$  волны может быть записана так:

$$A(t) = a [1 + \cos(2\pi \Delta\nu t)].$$

Тогда полное выражение для модулированной волны:

$$\begin{aligned} A(t) \cos(2\pi\nu_0 t) &= a [1 + \cos(2\pi \Delta\nu t)] \cos(2\pi\nu_0 t) = \\ &= a \cos(2\pi\nu_0 t) + \frac{a}{2} \cos[2\pi(\nu_0 + \Delta\nu)t] + \frac{a}{2} \cos[2\pi(\nu_0 - \Delta\nu)t], \end{aligned}$$

т. е. модулированная волна равна сумме трех волн с частотами, указанными в тексте.

## ОТКРЫТИЕ КОМБИНАЦИОННОГО РАССЕЯНИЯ СВЕТА

В 1925 году, после прихода Л. И. Мандельштама в Московский университет, он, совместно с Г. С. Ландсбергом, приступил к экспериментам по исследованию молекулярного рассеяния света в кристаллах с целью обнаружить указанный выше эффект.

Трудности были весьма велики. Надо было прежде всего надежно выделить слабое молекулярное рассеяние, «забываемое» обычно сильным рассеянием света на дефектах структуры кристаллов. Здесь Г. С. Ландсберг применил остроумный прием. С повышением температуры растет скорость теплового движения атомов, молекул или ионов вещества, а это приводит к росту величины флуктуаций. С ростом же величины флуктуаций увеличивается интенсивность молекулярного рассеяния. Вместе с тем рассеяние на дефектах кристалла не зависит от температуры. Поэтому повышение температуры образца позволяет выделить молекулярное рассеяние в «чистом виде». Именно этот факт и предложил использовать Ландсберг.

Однако в МГУ не было спектральной аппаратуры, способной обнаружить малые изменения частоты, соответствующие эффекту Мандельштама—Бриллюэна. Мандельштам и Ландсберг пытались обойти это затруднение, используя довольно грубый спектрограф.

Как это ни удивительно, грубость аппаратуры сыграла положительную роль, приведя к открытию совершенно нового, важного явления — комбинационного рассеяния света. При комбинационном рассеянии, КР, возникают большие изменения частоты, на несколько порядков превышающие эффект Мандельштама—Бриллюэна. Чувствительная аппаратура, необходимая для наблюдения этого эффекта, оказалась бы слишком «деликатной» для обнаружения КР.

На рис. 1 изображена схема экспериментальной установки для исследования рассеяния света в кристаллах. В качестве источника света использовалась ртутная лампа, спектр которой состоит из ряда спектральных линий (рис. 2, *a*). В спектре света, рассеянного кристаллом кварца, около каждой яркой линии ртути было обнаружено появление дополнительных линий — спутников или, как их называют, сателлитов

(рис. 2, б). Однако частоты, соответствующие этим линиям, отличались от частоты падающего света на гораздо большую величину, чем это ожидалось по теории эффекта Мандельштама—Бриллюэна. Это новое

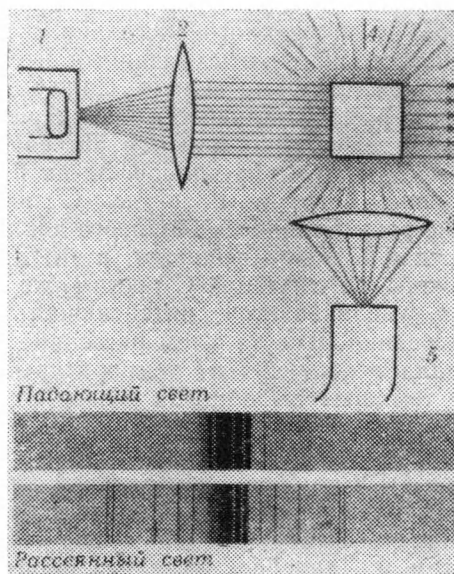


Рис. 1. Схема эксперимента, в котором было обнаружено комбинационное рассеяние света в кристаллах. 1 — ртутная лампа; 2, 3 — линзы; 4 — кристалл; 5 — спектрограф.

явление получило название комбинационного рассеяния. Первые снимки спектров КР были получены в МГУ в 1927 году. Однако первое сообщение о сделанном открытии было отправлено в печать только 6 мая 1928 года. Задержка была вызвана необычайно высокой требовательностью Л. И. Мандельштама к уровню своих публикаций. Время ушло на проведение контрольных опытов, подтвердивших реальность наблюдаемого явления, и на нахождение правильного его объяснения. В результате этой задержки сообщение индийского физика Рамана об открытии аналогичного явления при рассеянии света в жидкостях опередило сообщение советских физиков на пару месяцев.

Большинством крупных физиков (Резерфорд, Борн и др.) было признано, что открытие комбинационного рассеяния сделано Ландсбергом и Мандельштамом в кристаллах и Раманом в жидкостях независимо друг от друга и практически одновременно. Однако в 1930 году Нобелевская премия за это открытие была присуждена одному Раману, что было явной несправедливостью.

Л. И. Мандельштам, исходя из классических соображений, указал, что КР в кристаллах, так же как и эффект Мандельштама — Бриллюэна, возникает

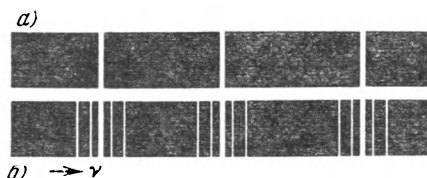


Рис. 2. Спектр ртутной лампы (а) и спектр рассеянного света (б).

благодаря модуляции рассеянного света колебаниями кристаллической решетки. Однако в данном случае роль модулирующих колебаний играют не акустические, а так называемые оптические колебания решетки. Частоты этих колебаний лежат в инфракрасной области спектра. На рис. 3 изображены два типа волн, возникающих в кристаллической решетке, построенной из атомов двух сортов. Рис. 3, а отвечает звуковой волне и соответственно акустическим колебаниям решетки, рис. 3, б — оптическим волнам и колебаниям. Именно эти оптические колебания модулируют падающую на кристалл световую волну, что и вызывает комбинационное рассеяние света.

При КР в жидкостях и газах модуляцию света вызывают колебания атомов, входящих в состав отдельных молекул. Согласно классической теории модуляции при КР в спектре рассеянного света около каждой спектральной линии падающего света должно возникать несколько симметрично расположенных линий — спутников. Частоты спутников получаются путем комбинирования частоты падающего света с частотами внутримолекулярных колебаний (отсюда и происходит название явления) и удовлетворяют

простым соотношениям:

$$\nu_k = \nu_0 - \nu_m, \quad \nu_\phi = \nu_0 + \nu_m, \quad (1)$$

где  $\nu_k$  — частота «красного» спутника, т. е. линии, смещенной относительно основной (из спектра падающего света) в сторону больших длин волн,  $\nu_\phi$  — частота «фиолетового» спутника, т. е. линии, смещенной в сторону меньших длин волн,  $\nu_m$  — частота внутримолекулярных колебаний (частота модуляции).

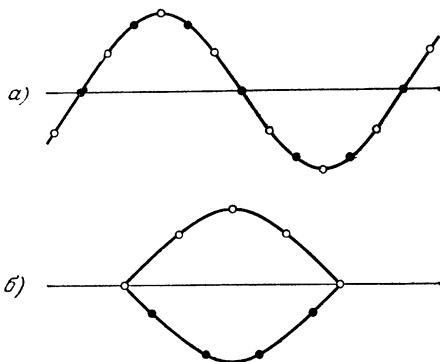


Рис. 3. Два типа волн, возникающих в кристаллической решетке построенной из атомов двух сортов. а) Акустическая волна. б) оптическая волна.

Соотношения (1) прекрасно согласуются с опытом. Однако согласно классической теории интенсивности симметрично расположенных спутников должны быть одинаковыми. Этот вывод находился в резком противоречии с опытом. Интенсивность каждого «красного» спутника во много раз больше интенсивности симметричного ему «фиолетового» спутника. Это различие интенсивностей нельзя объяснить, исходя из классической теории модуляции. Необходимо учесть квантовые свойства света и вещества.

Согласно классическим представлениям два симметрично расположенных спутника возникают при рассеянии света на одной и той же молекуле. Согласно квантовым представлениям «красный» спутник возникает при рассеянии света — фотонов — на молекуле, обладающей меньшим запасом внутренней энергии, а «фиолетовый» — при рассеянии на возбужденной молекуле с увеличенным запасом энергии (на классическом языке эти молекулы отличаются амплитудой внутримолекулярных колебаний). Согласно

квантовым законам энергия внутримолекулярных колебаний может изменяться только определенными порциями, квантами, равными  $h\nu_m$ , где  $h$  — постоянная Планка,  $\nu_m$  — частота внутримолекулярных колебаний. На рис. 4 приведены два энергетических уровня, соответствующих дозволённым значениям энергии молекулы. «Расстояние» между уровнями равно  $h\nu_m$ .

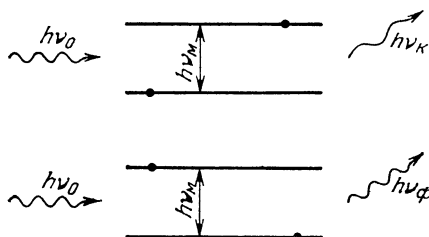


Рис. 4. Возникновение «красных» и «фиолетовых» спутников при КР.

Квантовая теория рассматривает свет как поток фотонов. Энергия фотона падающего на молекулу света частоты  $\nu_0$  равна  $h\nu_0$ . При взаимодействии с молекулой, находящейся на нижнем энергетическом уровне, фотон отдает молекуле часть своей энергии, равную  $h\nu_m$ , переводит молекулу на более высокий энергетический уровень и превращается в фотон с меньшей энергией:

$$h\nu_k = h\nu_0 - h\nu_m; \quad (2)$$

$h\nu_k$  — энергия фотона света «красного» спутника. При взаимодействии с возбужденной молекулой, находящейся на более высоком энергетическом уровне, фотон забирает у молекулы энергию, равную  $h\nu_m$ , переводит молекулу на более низкий энергетический уровень и превращается в фотон с большей энергией:

$$h\nu_\phi = h\nu_0 + h\nu_m; \quad (3)$$

$h\nu_\phi$  — энергия фотона света «фиолетового» спутника. Можно сказать, что при комбинационном рассеянии происходит как бы сложение и вычитание квантов.

Если в равенствах (2) и (3) сократить левую и правую части на  $h$ , то получаются равенства (1). Таким образом, в смысле частот и классическое, и квантовое

рассмотрения приводят к одинаковым результатам, согласующимся с опытом. Зато квантовое рассмотрение с легкостью объясняет различие интенсивностей «красных» и «фиолетовых» спутников. Все дело в том, что обычно число молекул на нижнем энергетическом уровне значительно превышает число молекул на более высоком уровне. Поэтому число «столкновений» фотонов с молекулами, приводящих к возникновению фотонов «красного» спутника, во много раз превышает число «столкновений», приводящих к возникновению фотонов «фиолетового» спутника.

Комбинационное рассеяние получило очень широкое применение в исследовании структуры молекул и кристаллов. Недаром Л. И. Мандельштам говорил: «Так же как спектр обычного радиотелефонного передатчика несет в себе весь наш разговор, все, что вы хотите сказать, так и спектр рассеянного света несет то, что молекула говорит о себе. Изучая его, вы изучаете ее строение».

Я смог рассказать только о небольшой части научных работ Л. И. Мандельштама. Он получил еще ряд фундаментальных результатов в теории колебаний (новые виды резонанса, теория нелинейных колебаний и т. д.). Особое внимание Леонид Исаакович уделял экспериментальной и логической обоснованности физических теорий.

Несколько слов об отношении Л. И. Мандельштама к искусству (без этого портрет будет неполным). Он был глубоким ценителем литературы и музыки. Любимым поэтом его был Пушкин, почти всю поэзию которого он знал наизусть.

Последний раз я встретил Леонида Исааковича в 1944 году на концерте бетховенской музыки в Московской консерватории. Он стоял в фойе, и его лицо буквально светилось радостью. Увидев меня, Л. И. Мандельштам сказал, что, собираясь на концерт, сильно волновался, — придут ли люди слушать музыку немецкого композитора, когда идет такая тяжелая война с Германией, и был очень обрадован тем, что уже на дальних подступах к консерватории у него стали спрашивать, нет ли лишнего билетика. Таким он запомнился мне на всю жизнь.

*Папалекси Н. Д.* Краткий очерк жизни и научной деятельности Л. И. Мандельштама. — УФН, 1945, т. 27, вып. 2.

И. К. Кикоин

В истории физики известны имена выдающихся ученых, которые своими трудами более или менее значительно опередили свой век. Так, например, Ломоносов почти на столетие раньше «срока» сформулировал идею молекулярно-кинетической теории. То же можно сказать и о Циолковском, который примерно на полстолетия опередил эру ракетной техники. Заслуженное признание и слава пришли для этих ученых слишком поздно. Они сами при жизни не могли участвовать в развитии своих идей. Современным этим ученым наука и техника не были подготовлены для восприятия их идей. И это обстоятельство в некотором смысле было бедой для таких, безусловно великих, ученых: они не были признаны современниками. Истинно счастлив ученый, который идет «в ногу» со временем.

Академик Игорь Васильевич Курчатов был именно счастливым ученым. Он неизменно интуитивно чувствовал развитие современной ему физики. Он всегда занимался наиболее животрепещущими вопросами физики. Так, в середине 20-х годов электрические свойства диэлектриков были одной из актуальных проблем физики. Именно к этому времени относятся работы Курчатова в области электрической прочности диэлектрических кристаллов, которые затем привели его к замечательным исследованиям сегнетоэлектричества. Здесь Курчатову,





можно сказать, вдвойне повезло. Его исследования явления сегнетоэлектричества совпали по времени с появлением квантовой теории ферромагнетизма, электрическим аналогом которого и является сегнетоэлектричество (его часто называют ферроэлектричеством). Таким образом, работы Курчатова сразу оказались в русле развития двух актуальных проблем современной ему физики твердого тела: физики диэлектриком и физики магнетизма. В это время Игорь Васильевич энергично «озадачивал» (одно из любимых его выражений) теоретиков из Ленинграда (Я. И. Френкеля) и из Харькова (Л. Д. Ландау), которые занимались теорией магнетизма. Этот цикл работ Курчатова завершается изданием известной монографии «Сегнетоэлектричество», вышедшей одновременно у нас в стране и во Франции.

С 30-х годов, как известно, началось бурное развитие ядерной физики, которое сопровождалось каскадом крупнейших открытий. Это — открытие нейтрона, позитрона, искусственной радиоактивности и т. д. Курчатов решительно переключает свою лабораторию на работы в этой многообещающей области физики.

В это время в Ленинградском физико-техническом институте (ЛФТИ), где работал Курчатов, практически не было «культуры» физики атомного ядра, кроме небольшой лаборатории Д. В. Скобельцына, который в основном занимался космическими лучами.

Курчатову с его группой приходилось все начинать практически на пустом месте. В это время Игорь Васильевич целыми днями просиживал в библиотеке и изучал литературу. «Литературный» период длился сравнительно недолго. Очень скоро в лаборатории Курчатова начались экспериментальные работы по ядерной физике. Довольно быстро определилось основное направление его интересов: искусственная радиоактивность при облучении нейтронами. Тогда можно было видеть типичную картину: Игорь Васильевич мчит из одного конца коридора в другой с облученным образцом в руке для исследования очередного короткоживущего ядра.

В те времена в стране не было еще ни одного действующего циклотрона и только в Радиевом институте заканчивалось строительство первого циклотрона

с вертикально расположенными метровыми полюсами магнита. Этот циклотрон долго не могли наладить. Курчатов немедленно связывается с заведующим физическим отделом Радиевого института Л. В. Мысовским и начинает с ним целую серию физических работ. Мысовский с давних пор занимался исследованием природной радиоактивности. Практически все руководство работами по налаживанию циклотрона взял на себя Игорь Васильевич, и довольно быстро циклотрон был запущен.

Работы в лаборатории Курчатова велись с максимальной интенсивностью. Для химической идентификации искусственных ядер он привлек своего брата Бориса Васильевича Курчатова, и очень скоро были налажены радиохимические исследования с индикаторными (т. е. ничтожно малыми) количествами вещества. Словом, в течение полутора лет работы по ядерной физике в лаборатории Курчатова достигли, как принято говорить, мирового уровня.

Вскоре после начала работ вышла монография И. В. Курчатова под названием «Расщепление атомного ядра» (1935 год). В связи с этим не могу не вспомнить о трагикомическом событии в институте, одним из героев которого был и автор этих строк. В начале 30-х годов мне понадобилось облучать  $\alpha$ -частицами алюминиевый порошок, который служил источником позитронов (это было вскоре после открытия супругами Жолио-Кюри искусственной радиоактивности). Для этой цели я использовал ампулу с радонам, которая была закрыта тонким слюдяным окошком. На слюде помещался облучаемый образец. Чтобы избежать опасности утечки радона, ампула хранилась в другой комнате, которая неизменно запиралась. Однажды по какой-то случайности комнату не закрыли, кто-то вошел в нее и, по-видимому, случайно прорвал слюдяное окошко ампулы. Сразу же защелкали счетчики во всех лабораториях института. Поднялась паника. Немедленно были приняты меры: открыты все окна, включена вся наличная вентиляция. Через несколько часов «авария» была ликвидирована и счетчики пришли в норму. На этом можно было бы и успокоиться, если бы не рвение одного из сотрудников, который решил об этом случае доложить директору института Абраму Федоровичу Иоффе.

У А. Ф. Иоффе была сильно развита боязнь радиоактивных излучений. Происшествие очень расстроило его, и он назначил комиссию для расследования, выяснения причин и определения последствий. Председателем комиссии был назначен Курчатов. Подсчет показал, что даже если бы долгоживущий продукт распада радона — радий Е с периодом распада 29 лет — из всей ампулы осел на поверхностях здания института, то радиоактивность была бы меньше естественного фона. Комиссия составила соответствующий акт, который и успокоил А. Ф. Иоффе. Однако в течение нескольких месяцев об этом событии не раз вспоминали, и оно было отражено в одном из очередных капустников.

На подаренной мне монографии Игорь Васильевич сделал следующую надпись: «Дорогому Исааку на добрую память. В книге много недостатков. Ты их сам заметишь; укажу только на один, который может от тебя ускользнуть: ничего не написано об ампулах для  $\alpha$ -частиц и их коварных свойствах. 20/IV 1935 г. И. В. Курчатов». Видно, это событие надолго врезалось в его память.

Работы по ядерной физике непрерывно велись до самой войны. Правда, начиная с 1937 года я уже не мог за ними следить, потому что уехал в Свердловск и практически не встречался с Игорем Васильевичем. И только в конце 1942 года Курчатов неожиданно появился в Свердловске, зашел ко мне в лабораторию и поинтересовался, чем я занимаюсь. Внешне его посещение тогда ни на чем не сказалось, но позже стало ясно, что он имел поручение прозондировать возможность привлечь меня к новой тематике. Действительно, в начале 1943 года я был вызван в Москву, где встретился с И. В. Курчатовым и А. И. Алихановым у С. В. Кафтanova. Мне сообщили, что имеется поручение правительства заняться вопросом практического использования деления урана. Едва ли нужно упоминать, что после открытия деления урана это был самый животрепещущий вопрос, который интересовал всех физиков. На ядерной конференции 1940 года в Москве проблема деления урана обсуждалась весьма оживленно при активном участии Курчатова. По его инициативе была составлена записка правительству, в которой указывалось

на важность этой проблемы и на необходимость организации широких исследований в этой области.

В начале 1943 года организация работ по практическому использованию явления деления урана была оформлена правительственным актом. Началась моя совместная деятельность с И. В. Курчатовым уже на новом поприще, в новой роли. Понятно, что более актуальной физической проблемы в то время нельзя было себе представить. Конечно, проблема защиты кораблей от магнитных мин, которой занимался тогда Игорь Васильевич, тоже была очень актуальна. Известно, что работы А. П. Александрова и И. В. Курчатова в этой области позволили спасти жизнь многим тысячам моряков. Но проблема урана не терпела никаких отлагательств. Так началась напряженнейшая эпопея решения практической задачи создания атомного оружия. Вскоре Игорь Васильевич привлек крупных теоретиков (Я. Б. Зельдовича, И. Я. Померанчука и др.). Довольно быстро было произведено разделение сфер влияния. Проблемы, не связанные непосредственно с ядерной физикой, были поручены мне: как выразился Курчатов, «ты у нас специалист по пузырькам» (он в шутку называл все работы, не связанные с ядром, пузырьковой физикой). Вопросами ядерной физики занимался он сам и А. И. Алиханов.

Начался бурный организационный период, когда нужно было собирать людей, доставать помещения, оборудование. Временно нам было предоставлено помещение в Пыжевском переулке и в Институте неорганической химии на Калужской улице. И снова Игоря Васильевича можно было видеть бегущим с облученными мишенями из одного конца коридора в другой. Казалось, мы снова в ЛФТИ. Наряду с этой работой Курчатов выполнял огромную организаторскую работу. Засиживались мы на Пыжевском до поздней ночи.

Однажды было сказано, что нужно готовить доклады о программе работ с указанием конечных сроков практического решения проблемы. Мы засели за составление такого доклада — каждый по своей части. И в один из вечеров предстали перед правительством. Докладывали тоже каждый по своей части. В каждом докладе содержался пункт, указы-

вающий сроки получения практических результатов. Как известно, эти сроки были выдержаны.

В это время Игорь Васильевич организовал работы не только по созданию института. Теоретики и экспериментаторы взаимно обучались основам будущей ядерной техники. Коллективно обсуждались основные проблемы, связанные с практической задачей, которая была поставлена. Все, особенно Курчатов, чувствовали огромную ответственность, возложенную на коллектив. Большое беспокойство вызывал вопрос, не обгонит ли нас фашистская Германия. Не было никакой уверенности, что Германия усиленно не занимается проблемой урана. Было ясно, что если в 1941 году все публикации, относящиеся к делению урана, вдруг прекратились, то все, в том числе и немцы, должны были понимать, что начались работы по использованию этого явления для важных целей. Нужно было принять во внимание и то, что в печати появился ряд статей с оценкой того действия, которое может вызвать цепная ядерная реакция, если она осуществится.

В лаборатории поначалу эксперименты осуществлялись в очень малом масштабе: не было места. Но теоретические и расчетно-оценочные работы велись с чрезвычайной интенсивностью. После наших докладов о перспективах решения проблемы процесс организации лаборатории резко ускорился. Довольно быстро было выделено новое помещение и приведено в порядок старое. К концу 1944 года мы уже имели достаточно приличные помещения для работы.

Организация работ по этой проблеме в нашей стране шла очень интенсивно. Число сотрудников возрастало по экспоненциальному закону

$$N = N_0 e^{at},$$

где  $N_0$  — начальное число сотрудников,  $N$  — число сотрудников в момент времени  $t$ .

Научная и организационная деятельность Игоря Васильевича была предельно напряженной. Тогда он руководил работами по измерению основных ядерных констант урана. Необходимо было получить с большой точностью данные о количестве нейтронов, освобождающихся в одном акте деления ядра урана, определить энергетические спектры нейтронов и др.

Как и в прошлом, Курчатов «озадачивает» теоретиков: необходимо развить теорию цепных ядерных реакций. Как известно, наши теоретики с большим успехом справились с этой задачей.

Сам Курчатов непосредственно занялся строительством первого атомного реактора. Он целиком был захвачен этим делом и сам руководил проектными, конструкторскими и научными разработками. Он сумел привлечь к проблеме большое количество научных институтов и ученых самых разных специальностей. Его интересовал не только сам реактор. Он понимал, что предстоят большие химические исследования по выделению плутония \*). Я помню, однажды, когда мы были в Кремле, Игорь Васильевич демонстрировал первую стеклянную ампулку с несколькими микрограммами плутония, который был получен на нашем первом реакторе, находящемся в «здании» монтажных мастерских.

Вскоре Курчатов выехал на площадку, где началось сооружение промышленного реактора, и в Москве бывал наездом, как и другие руководители.

Наконец, наступил день, когда все было готово для испытания атомного оружия. Непосредственное руководство первым взрывом осуществлял Курчатов. И несмотря на то, что на месте испытания присутствовали ответственные члены правительства, было сказано, что руководство всеми работами поручается Курчатову. И все работы были подчинены лично ему. Доверие правительства к Игорю Васильевичу было неограниченным.

Игорь Васильевич быстро понял, что актуальнейшая проблема послевоенного времени — мирное использование атома в энергетике. И поэтому не удивительно, что первая атомная электростанция была создана под его непосредственным руководством. Курчатов понимал также, что для дальнейшего развития атомной науки требуется обеспечить ее тылы, создать современные установки для изучения физики элементарных частиц. И по его инициативе, также весьма своевременно, началась организация Объеди-

---

\*) Плутоний — трансурановый элемент, занимающий 94-ю клетку периодической системы Менделеева. Пригоден для создания атомного оружия и мирного использования атомной энергии.

ненного института ядерных исследований (ОИЯИ) под Москвою в Дубне. Можно сказать, что Дубна—это детище Курчатова, хотя физика элементарных частиц была далека от личных научных интересов ученого.

Едва ли нужно доказывать, насколько своевременно были начаты работы по управляемым термоядерным реакциям. Тогда еще не было известно, что в других странах тоже ведутся такие работы. Это было начало 1952 года. Курчатов внимательно следил за ходом работ, хотя первое время непосредственного участия в них сам не принимал. Не менее своевременно он оценил полученные при исследованиях результаты и понял, что первоначальные надежды на быстрое решение проблемы оказались слишком оптимистичными. Он понял, что необходима серьезная систематическая работа в этой области и опять же своевременно оценил целесообразность рассекречивания этих работ. Как известно, в 1956 году он в своем докладе в Англии изложил наши результаты по управляемому термоядерному синтезу.

Помню, с какой тщательностью Курчатов готовил свой доклад: оттачивал каждую фразу, обсуждал, исправлял, переделывал. Доклад в Англии произвел сенсацию. Только после этого стало известно, что аналогичные работы велись и в США, и в Англии. С тех пор начался период широкого международного сотрудничества в достижении управляемой термоядерной реакции. Личные интересы Курчатова также переместились в эту увлекательную область. В последние годы он сам руководил работами по термоядерному синтезу. Он привлек к ним многие научные учреждения, конструкторские организации, причем решил придать исследованиям отчетливую целенаправленность и даже настаивал, чтобы началось проектирование будущей термоядерной электростанции.

С самого начала организации Института атомной энергии (ИАЭ) Игоря Васильевича беспокоил вопрос, сумеет ли мы наладить работу так, как она была организована А. Ф. Иоффе в ЛФТИ, где в основе лежал беспредельный энтузиазм сотрудников. Все мы чувствовали себя ответственными перед Иоффе, авторитет которого был чрезвычайно высок. Это Курчатов понимал и хотел обеспечить такую же интенсив-

ную работу у себя в институте. Он не раз высказывался в том духе, что нам придется надеяться не на личное обаяние руководителей, а на важность и грандиозность решаемой проблемы. В действительности же, его личный авторитет был очень велик. Что касается обаяния, то ему тоже было его не занимать. Он сам в этом не был убежден, но когда ему на это указывали, ухмылялся и говорил: «Посмотрим». Опыт показал, что и личное обаяние Курчатова, и его большой научный авторитет, наряду с грандиозностью проблемы, которая была поручена институту, действительно, обеспечили высокую интенсивность и производительность научного труда. Сотрудники ИАЭ тоже работали, не считаясь со временем, не за страх, а за совесть.

Работы по термоядерному синтезу — это лебединая песня Курчатова. Последние дни он проводил непосредственно в лаборатории, за пультом, за рабочим столом, на термоядерных установках нашего института и был полон надежд, что в самое ближайшее время термоядерный синтез будет практически осуществлен.

Можно утверждать, что Курчатов прожил счастливую жизнь. Игорь Васильевич занимался самыми актуальными, самыми животрепещущими, самыми многообещающими вопросами науки. Он верил в беспредельную мощь науки и заразил этой верой своих сотрудников. На этом и сейчас зиждятся успехи атомной науки в нашей стране.

*Головин И. Н. И. В. Курчатов. — М.: 1967.*

*Асташенков П. Т. Академик И. В. Курчатов. — М.: 1971.*



## СОДЕРЖАНИЕ

---

Предисловие редактора	3
НИКОЛАЙ КОПЕРНИК (Я. А. Смородинский)	5
ИОГАНН КЕПЛЕР (В. П. Лишевский)	19
ПЬЕР ФЕРМА (И. Г. Башмакова)	37
ЛЕОНАРД ЭЙЛЕР (Б. Н. Делоне)	54
АНДРЕ-МАРИ АМПЕР (Я. М. Гельфер, В. А. Лешковцев)	66
АМЕДЕО АВОГАДРО (Я. М. Гельфер, В. А. Лешковцев)	82
ГАНС ХРИСТИАН ЭРСТЕД (В. П. Карцев)	92
НИКОЛАЙ ИВАНОВИЧ ЛОБАЧЕВСКИЙ (П. С. Александров)	101
НИЛЬС ХЕНРИК АБЕЛЬ (Н. Я. Виленкин, В. П. Лишевский)	115
ЭВАРИСТ ГАЛУА (Н. Я. Виленкин, В. П. Лишевский)	128
АЛЕКСАНДР ГРИГОРЬЕВИЧ СТОЛЕТОВ (В. П. Лишевский)	143
СОФЬЯ ВАСИЛЬЕВНА КОВАЛЕВСКАЯ (Н. Я. Виленкин, В. П. Лишевский)	157
ЛЕОНИД ИСААКОВИЧ МАНДЕЛЬШТАМ (В. А. Фабрикант)	171
ИГОРЬ ВАСИЛЬЕВИЧ КУРЧАТОВ (И. К. Кикоин)	183

### ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ УЧЕНЫЕ

(Серия: Библиотечка «Квант»)

М., 1980 г., 192 стр. с илл.

Редактор *Н. А. Райская*

Технический редактор *С. Я. Шкляр*

Корректор *А. Л. Ипатова*

ИБ № 11628

Слано в набор 23.06.80. Подписано к печати 08.12.80. Т-17864. Бумага 84×108<sup>1</sup>/<sub>32</sub>.  
Тип. № 2. Литературная гарнитура. Высокая печать. Условн. печ. л. 10,08.  
Уч.-изд. л. 10,1. Тираж 150 000 экз. Заказ № 703. Цена книги 35 коп.

Издательство «Наука»

Главная редакция физико-математической литературы  
117071, Москва, В-71, Ленинский проспект, 15

Ленинградская типография № 2 головное предприятие ордена Трудового Красного Знамени Ленинградского объединения „Техническая книга“ им. Евгении Соколовой Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательства, полиграфии и книжной торговли. 198052, г. Ленинград, Л-52, Измайловский проспект, 29.

## **БИБЛИОТЕЧКА « КВАНТ »**

### **ВЫШЛИ ИЗ ПЕЧАТИ:**

- Вып. 1. М. П. Бронштейн. Атомы и электроны.**
- Вып. 2. М. Фарадей. История свечи.**
- Вып. 3. О. Оре. Приглашение в теорию чисел.**
- Вып. 4. Опыты в домашней лаборатории.**
- Вып. 5. И. Ш. Слободецкий, Л. Г. Асламазов. Задачи по физике.**
- Вып. 6. Л. П. Мочалов. Головоломки.**
- Вып. 7. П. С. Александров. Введение в теорию групп.**
- Вып. 8. Г. Штейнгауз. Математический калейдоскоп.**
- Вып. 9. Замечательные ученые.**

### **ГОТОВЯТСЯ К ПЕЧАТИ**

- Вып. 10. В. М. Глушков, В. Я. Валах. Что такое ОГАС?**
- Вып. 11. Г. И. Копылов. Всего лишь кинематика.**
- Вып. 12. Я. А. Смородинский. Температура.**
- Вып. 13. А. Е. Карпов, Е. Я. Гик. Шахматный калейдоскоп.**